

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИСиС»
НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

КАФЕДРА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

К.В. Лицин

Электротехника

Учебное пособие
для студентов направления подготовки
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и
электротехника, 15.03.02 Технологические машины и оборудование,
18.03.01 Химическая технология, 22.03.02 Metallургия
всех форм обучения

Новотроицк, 2020 г.

УДК 621.31
ББК 31.211
Л 65

Рецензенты:

*Заведующий кафедрой электроэнергетики и электротехники ФГАОУ ВО
Новотроицкий филиал "Московский институт стали и сплавов", к.п.н.,
доцент Мажирова Р.Е.*

*Доцент ФГБОУ ВО "Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.Н. Носова", к.т.н. Усатый Д.Ю.*

Электротехника / К.В. Лицин: Учебное пособие. – Новотроицк: НФ НИТУ МИСиС, 2019. 120 с.

Учебное пособие содержит сведения по трём основным темам: постоянному току, переменному однофазному току и переменному трёхфазному току. Материал изложен в виде теоретических выкладок и практических задач. По каждой теме приведены различные примеры решения задач, основанные на предшествующей теории. В приложении представлены задачи по каждой из тем, которые могут быть использованы для проведения контрольных мероприятий для студентов очной и заочной формы обучения. Учебное пособие рекомендовано в качестве материала студентам технических направлений всех форм обучения. Может быть использовано для повышения квалификации и образования рабочих.

Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСиС»

© ФГАОУ ВО «Национальный
исследовательский технологический
университет «МИСиС»
Новотроицкий филиал, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	5
1.1 Основные понятия электрической цепи постоянного тока.....	5
1.2 Методы расчета электрических цепей постоянного тока.....	14
1.3 Задачи на тему «Постоянный ток».....	22
1.4 Контрольные вопросы.....	31
ГЛАВА 2 "ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА".....	33
2.1 Основные понятия электрической цепи однофазного переменного тока.....	33
2.2 Способы расчёта цепей переменного тока.....	59
2.3 Задачи на тему «Однофазные цепи переменного тока».....	60
2.4 Контрольные вопросы.....	65
ГЛАВА 3 "ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА".....	67
3.1 Основные понятия о трёхфазном синусоидальном токе.....	67
3.2. Способы расчёта трёхфазных цепей.....	82
3.3 Задачи на тему «Трёхфазные цепи переменного тока».....	93
3.4 Контрольные вопросы.....	108
Приложение А.....	110
Приложение Б.....	113
Приложение В.....	115
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	119

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника и основы электроники - одна из первых инженерных дисциплин, которую изучают студенты большинства специальностей ВУЗов. Данное учебное пособие предназначено для изучения и освоения теоретических и практических зависимостей в электрических цепях. Учебное пособие включает в себя теоретическое изложение трёх основных тем: "Электрические цепи постоянного тока", "Электрические цепи переменного тока", "Трёхфазные электрические цепи переменного тока".

Электротехника – это наука о применении электрической энергии для практических целей. Электрическая энергия занимает особое место среди различных видов энергии, известных сегодня. Особенность электрической энергии заключается в том, что ее можно легко преобразовать в другой вид энергии (механическую, химическую, тепловую и т.д.) и наоборот. Развитие электротехники ставит перед собой задачу подготовки квалифицированных специалистов для различных отраслей промышленности.

Цель настоящего пособия – углубление и закрепление теоретических знаний по проектированию различных электрических цепей, методов их расчета и оценки правильности работы.

Представленное учебное пособие может быть использовано для изучения курса «Электротехника» и выполнения контрольной (домашней) работы указанной дисциплине студентами очной и заочной форм обучения следующих направлений подготовки: 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.01 Химическая технология, 22.03.02 Metallургия.

ГЛАВА 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Основные понятия электрической цепи постоянного тока.

Электрический ток – направленное (упорядоченное) движение частиц или квазичастиц, которые являются носителями электрического заряда. Такими носителями могут являться:

- в металлах – электроны;
- в электролитах – ионы (катионы и анионы);
- в газах – ионы и электроны;
- в вакууме при определённых условиях – электроны;
- в полупроводниках — электроны или дырки (электронно-дырочная проводимость).

Постоянный ток – электрический ток, который с течением времени не изменяется по величине и направлению.

Величина тока может быть определена с помощью выражения (1.1):

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.1)$$

где q – величина заряда, Кл;

t – время, за которое количество зарядов q пройдет по проводнику.

Судить о наличии электрического тока можно с помощью следующих признаков:

- нагрев проводника, по которому протекает электрический ток;
- образование магнитного поля вокруг проводника, по которому протекает электрический ток;
- разложение растворов солей, щелочей и кислот на составные части при прохождении через них электрического тока.

Непосредственно наблюдать электрический ток нельзя.

Электрическая цепь постоянного тока включает в себя:

- источники электрической энергии;
- приемники;
- измерительные приборы;
- коммутационную аппаратуру;
- соединительные провода.

В источниках электрической энергии осуществляется преобразование различных видов энергии (механической – в генераторах электростанций,

тепловой – в термопреобразователях и термопарах, химической – в гальванических элементах и аккумуляторах) в электрическую энергию. В приемниках электрическая энергия, наоборот, преобразуется в другие виды энергии (механическую – в электродвигателях, тепловую – в электрических печах, химическую – в электролизных ваннах). Коммутационная аппаратура, соединительные провода и измерительные приборы служат для передачи электрической энергии от источников, распределения ее между приемниками и контроля режима работы электрической цепи.

Графическое изображение электрической цепи называется электрической схемой. Существует несколько видов электрических схем. Если каждое электротехническое устройство изображается с помощью соответствующего ему условного обозначения (по правилам ГОСТ), то такое графическое изображение электрической цепи называется принципиальной электрической схемой. Принципиальная схема показывает назначение электротехнических устройств, но неудобна для расчета режима работы цепи. Для упрощенного анализа электрических цепей зачастую реальную цепь представляют математической моделью – набором идеальных элементов (идеальное сопротивление, индуктивность, емкость, источники ЭДС и тока). Графическое изображение цепи с помощью идеальных элементов, параметры которых соответствуют параметрам реальных элементов, называют схемой замещения. На рисунке 1.1 показаны два варианта изображения одной и той же электрической схемы:

- принципиальная схема (рисунок 1.1 а);
- схема замещения (рисунок 1.1 б).

На схеме замещения аккумулятор представлен в виде двух идеальных элементов – источника ЭДС и внутреннего сопротивления, а лампа накаливания, вольтметр и амперметр – соответствующими сопротивлениями, равными сопротивлениям реальных элементов.

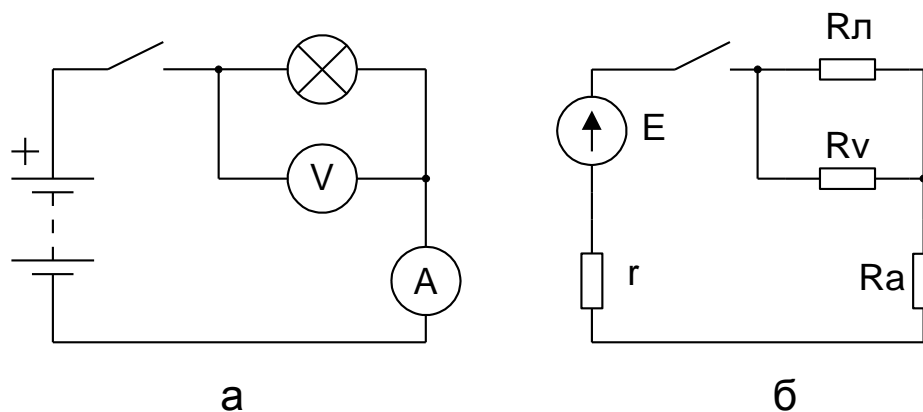


Рисунок 1.1 – Варианты изображения электрической схемы: принципиальная схема (а), схема замещения (б)

Основные понятия электрических цепей.

Ветвь – участок цепи, вдоль которого ток имеет одно и тоже значение.

Узел – место соединения трех и более ветвей.

Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким участкам электрической цепи.

Соединение, при котором все ветви электрической цепи присоединены к одной паре узлов, называют параллельным соединением. При параллельном соединении суммируются токи ветвей, и обеспечивается одинаковое напряжение на всех ветвях. Соединение, при котором по всем участкам электрической цепи проходит один и тот же ток, называют последовательным. При последовательном соединении нескольких источников ЭДС их напряжения, также суммируются. Электрическую цепь с параллельным и последовательным соединением называют разветвленной цепью.

При расчете электрической цепи направления токов в ее элементах в общем случае заранее неизвестны. Поэтому необходимо предварительно выбрать условно положительные направления токов во всех элементах электрической цепи. Положительное направление тока в элементе цепи или ветви выбирается произвольно и показывается на схеме стрелкой. Обычно направление постоянного тока выбирается от положительного источника напряжения к отрицательному. Если при выбранных положительных направлениях токов в результате расчета цепи ток в элементе получился положительным, то действительное направление тока в данном элементе совпадает с выбранным условно положительным направлением. Если же при расчете ток в элементе получился отрицательным, значит действительное направление тока противоположно выбранному условно положительному направлению. Условно положительное направление напряжения на элементе схемы также может быть выбрано произвольно, но для участков цепи не содержащих источников энергии рекомендуется выбирать его совпадающим с условно положительным направлением тока.

В схемах замещения на постоянном токе используют следующие основные элементы, показанные на рисунке 1.2, сопротивление (1), идеальный источник ЭДС (2), идеальный источник тока (3).

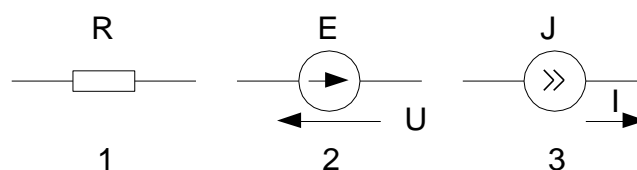


Рисунок 1.2 – Основные элементы схем замещения на постоянном токе

Идеальное сопротивление характеризует свойство проводника поглощать энергию из электрической цепи и преобразовывать ее в другие виды энергии (в основном в тепловую). Единица измерения сопротивления – Ом. Для участка цепи с сопротивлением R , ток и напряжение связаны простым соотношением – *законом Ома* (1.2):

$$U = R \cdot I. \quad (1.2)$$

Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью (1.3):

$$g = 1/R. \quad (1.3)$$

Единица измерения проводимости – сименс (См).

Электротехническое устройство, обладающее сопротивлением, называют резистором. Регулируемый резистор (резистор с изменяемым сопротивлением) называется реостатом.

При параллельном соединении n ветвей с сопротивлениями R_i эквивалентное сопротивление этой цепи находится по формуле (1.4):

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}. \quad (1.4)$$

Для распространенного случая параллельного соединения двух сопротивлений можно воспользоваться формулой (1.5):

$$R_{\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.5)$$

Эквивалентное сопротивление последовательно включенных элементов цепи равно сумме сопротивлений отдельных элементов.

Сопротивление проводника может быть определено из выражения (1.6):

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}, \quad (1.6)$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, Ом·мм²/м;

l – длина проводника, м;

S – сечение проводника, мм².

Величина удельного сопротивления различных материалов представлена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Удельные сопротивления различных проводников

Материал проводника	Удельное сопротивление ρ , Ом·мм ² /м
Серебро	0,016
Медь	0,0175
Алюминий	0,03
Вольфрам	0,05
Железо	0,13
Свинец	0,2
Никелин (сплав меди, никеля и цинка)	0,42
Манганин (сплав меди никеля и марганца)	0,43
Константан (сплав меди, никеля и алюминия)	0,5
Ртуть	0,94
Нихром (сплав никеля, хрома, железа и марганца)	1,1

Из таблицы 1.1 очевидно, что наилучшим проводником считается серебро, но по причине его высокой стоимости оно не нашло широкого применения. Медь, имеющая химически чистый состав, который достигается рафинированием, используется в большинстве проводов, кабелей, обмоток электрических машин и аппаратов. Кроме того, в качестве проводников используют алюминий и железо.

Сопротивление проводников находится в зависимости от температуры окружающей среды. При увеличении температуры сопротивление металлов возрастает. У некоторых видов проводников при росте температуры на 100⁰С сопротивление увеличивается почти на 50 %. Способность металлов изменять своё сопротивление под воздействием температуры нашла своё применение в термометрах сопротивления. Зависимость температуры и сопротивления может быть описано с помощью выражения (1.7):

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot [t - t_0]) , \quad (1.7)$$

где R_t – сопротивление проводника при температуре t , Ом;
 R_0 – исходное сопротивление проводника, Ом;
 t – конечная температура, °С;
 t_0 – начальная температура, °С;
 α – температурный коэффициент сопротивления, $1/^\circ\text{C}$.

Величина температурного коэффициента зависит от типа металла из которого изготовлен проводник. Влияние температурного коэффициента особенно заметно при эксплуатации различных электрических машин, которые так или иначе имеют в своём составе металлические элементы. Под воздействием окружающей среды изменяется сопротивление данных материалов, что приводит к изменению протекающего по ним тока. Как следствие, возможно возникновение аварийных ситуаций, которые негативно сказываются на работе электрической машины.

В таблице 1.2 представлена величина температурного коэффициента сопротивления для некоторых типов металлов. Можно заметить, что у нихрома, который имеет максимальное значение удельного сопротивления, величина температурного коэффициента более чем в 10 раз меньше, нежели у серебра или меди.

Таблица 1.2 – Температурный коэффициент сопротивления

Материал проводника	Температурный коэффициент сопротивления α , $1/^\circ\text{C}$
Серебро	0,0035
Медь	0,0040
Железо	0,0066
Вольфрам	0,0045
Платина	0,0032
Ртуть	0,0090
Константан	0,000005
Нихром	0,00016
Манганин	0,00005

Источник ЭДС предназначен для того, чтобы электрический ток по цепи проходил в течение продолжительного времени. Аналогию можно провести с двумя сосудами с водой. Вода будет перетекать из одного сосуда в другой пока уровень воды в сосуда будет разным, как только он сравняется, то вода течь перестанет. Для того, чтобы в электрической цепи протекал ток необходимо иметь два полюса источника напряжения с разными потенциалами.

Потенциал – это работа, которую затрачивает электрическое поле для того, чтобы переместить положительную единицу заряда из определённой точки в бесконечно удалённую точку. Потенциал может быть описан выражением (1.8):

$$\varphi = \frac{A}{q}, \quad (1.8)$$

где A - работа электрического поля, Дж;

q – величина электрического заряда, Кл.

Разность потенциалов образует напряжение. Для установления и поддержания разности потенциалов на зажимах источника, преодоления внутреннего и внешнего сопротивления используется электродвижущая сила (Э.Д.С.), обозначаемая буквой E , измеряемая в Вольтах.

Идеальный источник ЭДС имеет неизменные ЭДС и напряжение на зажимах при всех токах нагрузки. У реального источника ЭДС и напряжение на зажимах изменяются при изменении нагрузки, например, вследствие падения напряжения в обмотках генератора постоянного тока. Поэтому реальные источники ЭДС изображаются с помощью двух последовательно включенных элементов – идеального источника ЭДС и сопротивления, которое учитывает внутреннее сопротивление реального источника (рисунок 1.3 а). Свойства реального источника ЭДС отражает вольт-амперная характеристика (ВАХ) или внешняя характеристика – зависимость напряжения между его выводами от тока источника (рисунок 1.3 б).

Уравнение внешней характеристики реального источника ЭДС описывается выражением (1.8):

$$U = E - r \cdot I, \quad (1.8)$$

где r – внутреннее сопротивление источника ЭДС, В;

I – ток в цепи, А.

Уменьшение напряжения источника электрической энергии при увеличении тока объясняется увеличением падения напряжения на его

внутреннем сопротивлении. В большинстве случаев внутреннее сопротивление источника ЭДС относительно мало и напряжение на его зажимах мало изменяется с нагрузкой.

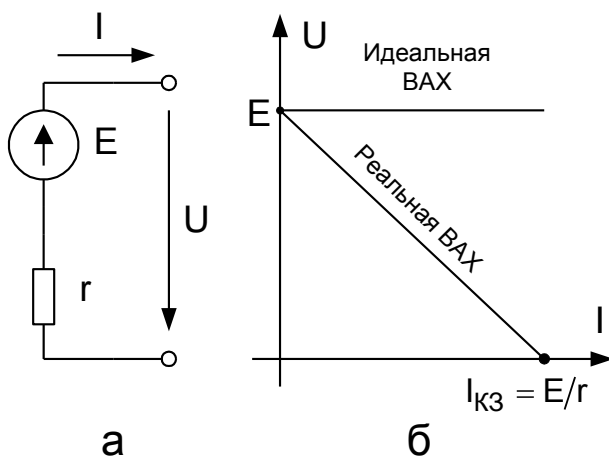


Рисунок 1.3 – Схема замещения (а) и внешняя характеристика (б) реального источника ЭДС

Идеальный источник тока обеспечивает протекание неизменного тока в приемниках при изменении их сопротивления. У реального источника ток во внешней цепи изменяется при изменении сопротивления. Поэтому реальный источник тока изображается на схемах как идеальный источник тока с параллельно включенным сопротивлением, величина которого определяется из характеристики элемента (рисунок 1.4 а). Внешняя характеристика источника тока приведена на рисунке 1.4 б.

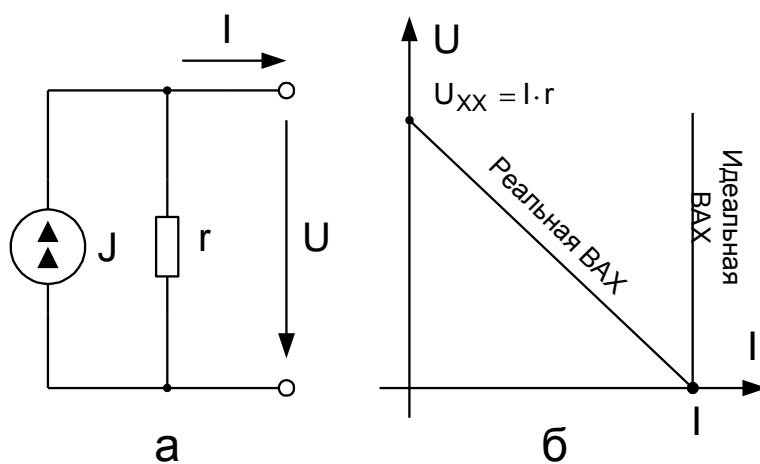


Рисунок 1.4 – Схема замещения (а) и внешняя характеристика (б) реального источника тока

Различают несколько режимов работы источников энергии.

Режим холостого хода характеризуется тем, что приемники электрической энергии отключены и ток источника равен нулю. Напряжение на зажимах источника равно его ЭДС, так как отсутствует падение напряжения на внутреннем сопротивлении.

Короткое замыкание является аварийным режимом, когда зажимы источника энергии замкнуты накоротко. При этом ток в цепи определяется только внутренним сопротивлением источника, которое обычно достаточно мало, поэтому токи короткого замыкания достигают недопустимо больших значений.

Номинальный режим характеризуется тем, что источник энергии может работать неопределенно длительное время без перегрева или других недопустимых последствий.

Согласованный режим работы осуществляется, когда источник отдает в нагрузку максимальную мощность. Условие передачи максимальной мощности может быть получено из уравнения внешней характеристики источника (1.9):

$$E = U + r \cdot I = r_H \cdot I + r \cdot I, \quad (1.9)$$

где r_H – сопротивление нагрузки, Ом.

Выразим ток из уравнения (1.9), получим:

$$I = \frac{E}{r_H + r}. \quad (1.10)$$

Выражение (1.10) соответствует закону Ома для замкнутой цепи с последовательной схемой замещения источника.

Одним из основных параметров, который характеризует работу электрической цепи является мощность.

Мощность – это работа, произведённая в единицу времени, т.е. величина мощности может быть описана выражением (1.11):

$$P = \frac{A}{t}. \quad (1.11)$$

Из формулы (1.11) следует, что величина мощности может быть определена как Дж/с, что составляет 1 Ватт.

С другой стороны, при протекании тока по электрической цепи

постоянного тока, содержащей источник и сопротивление нагрузки r_H , электрическое поле будет осуществлять работу, которая описывается выражением (1.12):

$$A = q \cdot (\varphi_A - \varphi_B) = q \cdot U, \quad (1.12)$$

где φ_A – положительный потенциал;

φ_B – отрицательный потенциал.

Подставляя (1.12) в (1.11), получим (1.13):

$$P = \frac{q \cdot U}{t}. \quad (1.13)$$

С учётом выражения (1.11), выражение (1.13) приобретает вид (1.14):

$$P = I \cdot U = I^2 \cdot r_H = \frac{U^2}{r_H}. \quad (1.14)$$

Мощность может быть измерена с помощью прибора, который называется ваттметр. С другой стороны, можно оценить мощность косвенным методом, измерив в цепи постоянного тока напряжение (вольтметром) и ток (амперметром), а затем воспользовавшись формулой (1.14). Кроме того, зная величину сопротивления нагрузки, достаточно измерить только величину напряжения или тока.

1.2 Методы расчета электрических цепей постоянного тока

Метод эквивалентных преобразований. Для расчета простых электрических цепей с одним источником часто используется метод эквивалентных преобразований. Суть метода заключается в том, что отдельные участки схемы с последовательно или параллельно соединенными элементами заменяют одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков схему упрощают и приводят к простейшей схеме состоящей из источника и одного эквивалентного элемента. Пример расчета схемы методом эквивалентного преобразования приведен на рисунке 1.5.

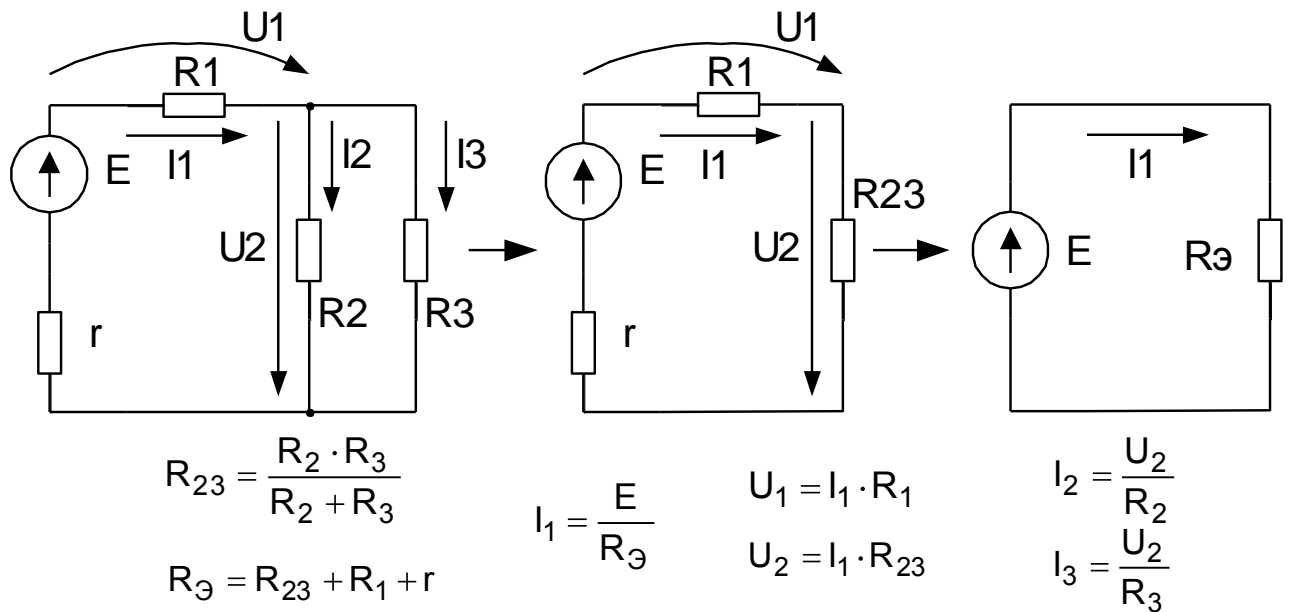


Рисунок 1.5 – Пример расчета схемы методом эквивалентных преобразований

Встречаются схемы со сложным соединением элементов, которые нельзя отнести ни к последовательному, ни к параллельному соединению. Рассмотрим одну из таких схем, когда часть ее образует треугольник, вершинами которого являются три узла, а сторонами три сопротивления, включенные между этими узлами (рисунок 1.6 а). Для упрощения подобных схем во многих случаях бывает удобно заменить треугольник эквивалентной трехлучевой звездой (рисунок 1.6 б).

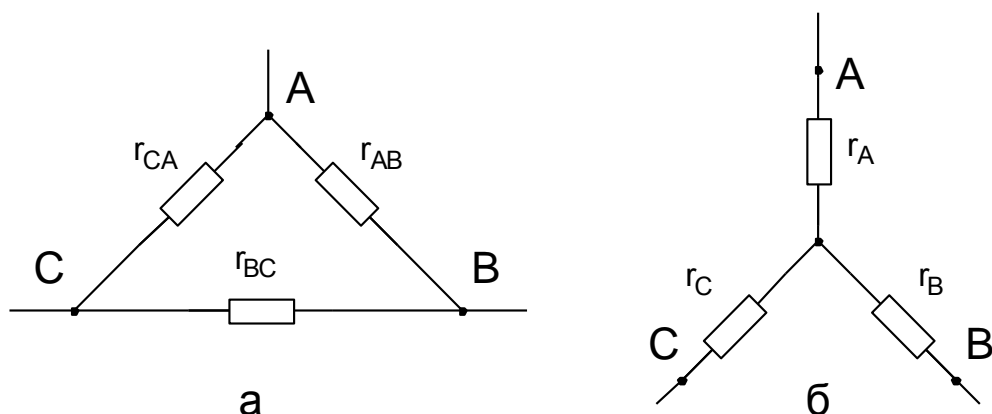


Рисунок 1.6 – Схемы соединения нагрузок: треугольник (а), звезда (б).

В этом случае эквивалентные сопротивления звезды находятся по формулам (1.15):

$$r_a = \frac{r_{ab} \cdot r_{ca}}{r_{ab} + r_{bc} + r_{ca}},$$

$$r_b = \frac{r_{bc} \cdot r_{ab}}{r_{ab} + r_{bc} + r_{ca}},$$

$$r_c = \frac{r_{ca} \cdot r_{bc}}{r_{ab} + r_{bc} + r_{ca}}$$
(1.15)

При замене трехлучевой звезды эквивалентным треугольником сопротивление резисторов треугольника можно определить по формулам (1.16):

$$r_{ab} = r_a + r_b + \frac{r_a \cdot r_b}{r_c},$$

$$r_{bc} = r_b + r_c + \frac{r_b \cdot r_c}{r_a},$$

$$r_{ca} = r_c + r_a + \frac{r_c \cdot r_a}{r_b}$$
(1.16)

На рисунке 1.7 приведена схема, где удобно использовать переход от звезды резисторов r_a, r_b, r_c к эквивалентному треугольнику.

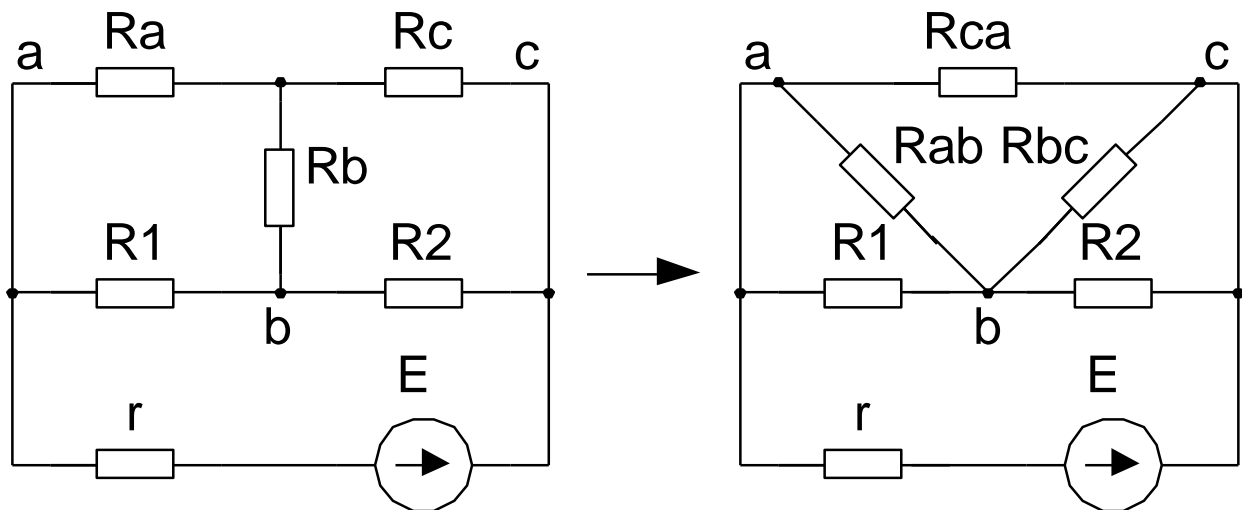


Рисунок 1.7 - Замена звезды эквивалентным треугольником

После этого перехода образуется цепь с простым смешанным соединением и можно использовать метод эквивалентных преобразований для расчета схемы.

Расчет электрических цепей с помощью законов Кирхгофа. Для анализа разветвленных электрических цепей в электротехнике применяются законы Кирхгофа, которые выражают два основных свойства электрических цепей.

Первый закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю. При этом токи, направленные к узлу берут с положительным знаком, а направленные от узла с отрицательным. На рисунке 1.8 представлен узел, в котором сходятся четыре тока I_1 - I_4 .

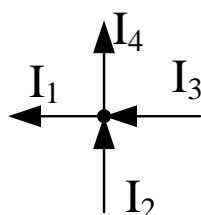


Рисунок 1.8 – Пояснение к первому закону Кирхгофа

Для узла, представленного на рисунке 1.8 первый закон Кирхгофа будет иметь выражение:

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0. \quad (1.17)$$

Второй закон Кирхгофа: Во всяком замкнутом контуре алгебраическая сумма электродвижущих сил равна алгебраической сумме падений напряжений. Выражение второго закона Кирхгофа описано формулой (1.18):

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{j=1}^m I_j \cdot r_j, \quad (1.18)$$

где i – число источников ЭДС в контуре,

j – число резистивных элементов в контуре.

При этом напряжения, положительные направления которых совпадают с направлением обхода, берут с положительными знаками, а напряжения, положительные направления которых противоположны направлению обхода – с отрицательными знаками.

Для примера рассмотрим электрическую схему на рисунке 1.9. На схеме имеются три ветви (между точками 1-3, 4-7, 8-9), три независимых контура (1-8-9-3-2-1, 1-4-5-6-7-3-2-1, 4-8-9-7-6-5-4), два узла (4, 7).

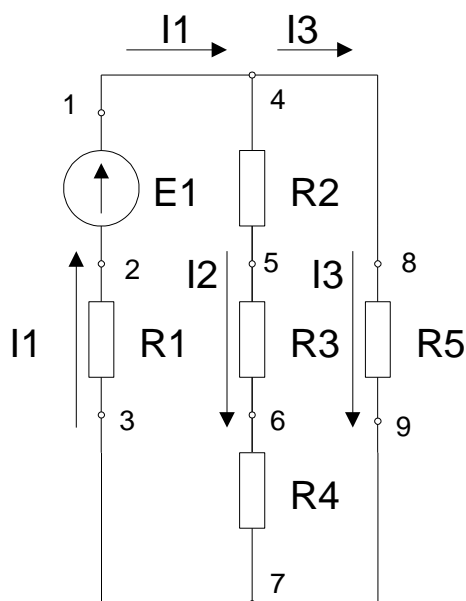


Рисунок 1.9 - Пример применения законов Кирхгофа

Запишем уравнение, реализующее первый закон Кирхгофа для узла 4 (1.19):

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1.19)$$

Уравнение, реализующее второй закон Кирхгофа для контура 1-8-9-3-2-1 (1.20):

$$I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_5 = E_1. \quad (1.20)$$

Для контура 1-4-5-6-7-3-2-1 уравнение по второму закону Кирхгофа (1.21):

$$I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = E_1. \quad (1.21)$$

Для нахождения токов в схеме необходимо составить систему из m уравнений, где m – число неизвестных токов, равное числу ветвей схемы. Порядок расчета электрических схем с помощью законов Кирхгофа должен быть следующий:

- обозначить условно положительные направления токов на схеме;
- составить $(n - 1)$ – уравнений по первому закону Кирхгофа, где n – число узлов в схеме;
- число неизвестных токов в схеме равно числу ее ветвей, а число ветвей всегда больше числа узлов, то недостающие уравнения составляют по

второму закону Кирхгофа.

С помощью законов Кирхгофа можно рассчитывать цепи любой сложности, однако для сложных схем с несколькими источниками система уравнений получается слишком громоздкой. Для расчета таких схем применяют другие методы расчета.

Метод двух узлов. В случае, когда в электрической схеме несколько источников ЭДС и цепь состоит из n параллельных ветвей и имеет всего два узла, расчет проще всего проводить при помощи метода двух узлов. По этому методу сначала определяют напряжение между двумя узлами схемы, а потом находят токи ветвей. Начинают с выбора условно положительного направления напряжения между узлами и обозначают его стрелкой на схеме. Напряжение между двумя узлами параллельной цепи равно алгебраической сумме произведений проводимости и ЭДС каждой ветви, деленной на сумму проводимостей всех ветвей схемы.

Произведение проводимости и ЭДС берут со знаком "плюс" в том случае, когда направление ЭДС противоположно выбранному условно положительному направлению напряжения между двумя узлами и со знаком "минус", когда эти направления совпадают. Для примера рассмотрим схему на рисунке 1.10.

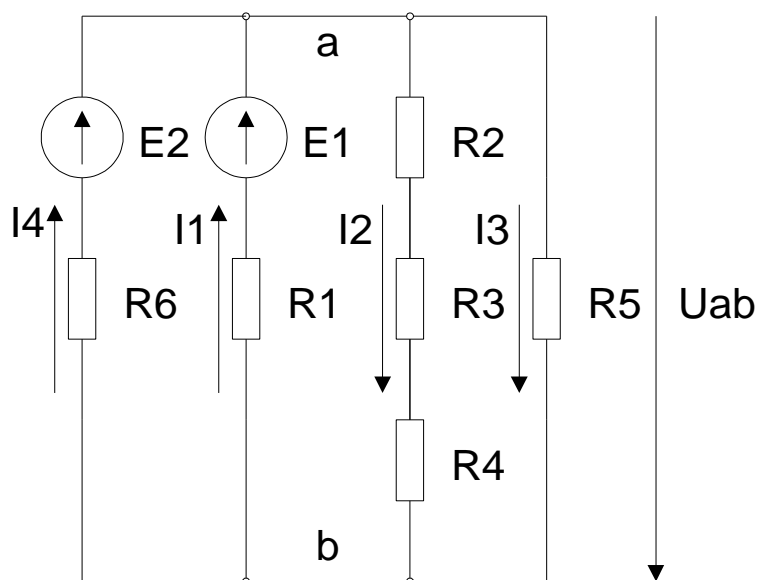


Рисунок 1.10 – Пример применения метода двух узлов

Уравнение, записанное по методу двух узлов схемы, представленной на рисунке 1.10, будет иметь вид (1.22):

$$U_{ab} = \frac{E_2 \cdot g_6 + E_1 \cdot g_1}{g_1 + g_{234} + g_5 + g_6}, \quad (1.22)$$

где $g_{234} = \frac{1}{g_2 + g_3 + g_4}$ – эквивалентная проводимость последовательно

включенных сопротивлений.

Если бы направление источника E_1 было противоположным, то в числителе выражения (1.22) перед произведением $E_1 g_1$ был бы знак "минус".

Метод наложения. Метод наложения используется для расчета сложных цепей с несколькими источниками питания. Суть этого метода заключается в том, что расчет сложной цепи с несколькими источниками сводят к расчету нескольких цепей с одним источником. Ток в любой ветви исходной схемы является результатом наложения токов, получающихся от отдельных источников ЭДС, действующих независимо друг от друга.

Для примера рассмотрим цепь с двумя источниками на рисунке 1.11 а. Для определения токов в схеме методом наложения, вначале полагают, что в схеме действует только источник E_1 .

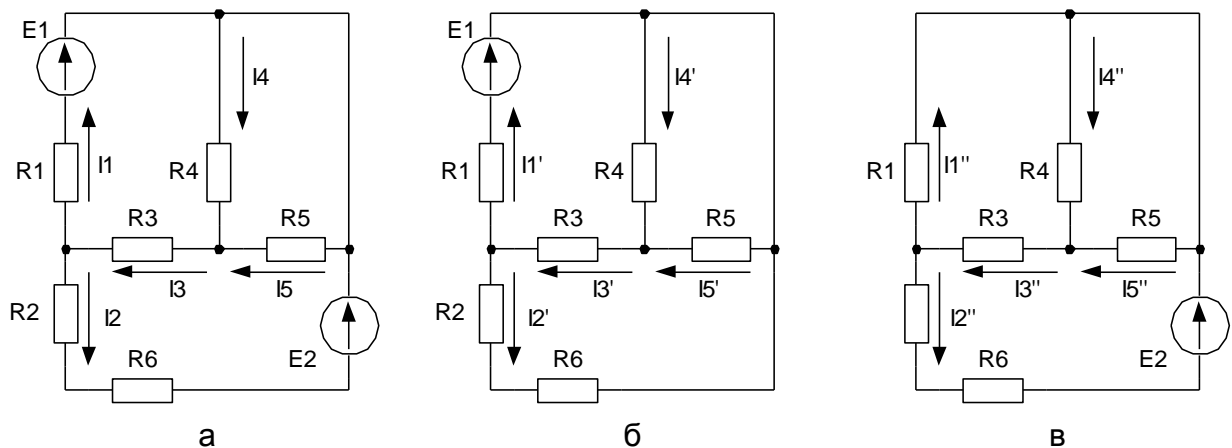


Рисунок 1.11 - Расчет электрической цепи методом наложения

При этом сопротивления всех резисторов, включая внутреннее сопротивление источника E_2 , считается неизменным. С помощью схемы, представленной на рисунке 1.11 б, определяют частичные токи для первого источника: I_1', I_2', \dots, I_n' . Аналогично проводится расчёт для второго источника E_2 (рисунок 1.11, в). Определяются частичные токи для этого случая: $I_1'', I_2'', \dots, I_n''$. Нахождение частичных токов может проводится любым из ранее рассмотренных методов. Алгебраическое суммирование частичных токов дает действительное значение токов ветвей (1.23):

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_1' + I_1'' \\
 I_2 &= I_2' + I_2'' \\
 I_n &= I_n' + I_n''
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$

Число слагаемых в уравнениях (1.23) будет равно числу источников ЭДС в схеме.

Метод эквивалентного генератора. В некоторых случаях бывает необходимо проанализировать режим работы одной из ветвей сложной электрической цепи при изменении сопротивления этой же ветви. При этом целесообразно воспользоваться методом эквивалентного генератора. Согласно этому методу воздействие всех источников электрической цепи на исследуемую ветвь можно заменить воздействием последовательно соединенного с ветвью эквивалентного генератора, имеющего ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$ и внутреннее сопротивление $r_{\text{ЭКВ}}$.

Для определения параметров эквивалентного генератора, исследуемую ветвь отключают от остальной схемы и с помощью любого известного метода расчета находят напряжение на зажимах схемы, к которым была подключена исследуемая ветвь. Таким образом, определяется напряжение холостого хода эквивалентного генератора, равное его ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$. Для определения внутреннего сопротивления эквивалентного генератора $r_{\text{ЭКВ}}$, определяют эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов, к которым была подключена исследуемая ветвь. Зная ЭДС и внутреннее сопротивление эквивалентного генератора, можно определить ток в исследуемой ветви (1.24):

$$I = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{r_{\text{ЭКВ}} + R}, \tag{1.24}$$

где R – сопротивление исследуемой ветви.

Рассмотрим применение метода эквивалентного генератора на примере схемы на рисунке 1.12 а.

В схеме исследуемая ветвь с сопротивлением R подключена к зажимам "а" и "б". Отключив ветвь с сопротивлением R от схемы необходимо найти напряжение на зажимах "а" и "б" – $U_{\text{абх}}$, равное ЭДС эквивалентного генератора. Удобнее всего это сделать с помощью метода двух узлов (1.25):

$$U_{\text{абх}} = E_{\text{ЭКВ}} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2}{g_1 + g_2}. \tag{1.25}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно сопротивлению схемы между зажимами "а" и "б" схемы рисунке 1.12 б.

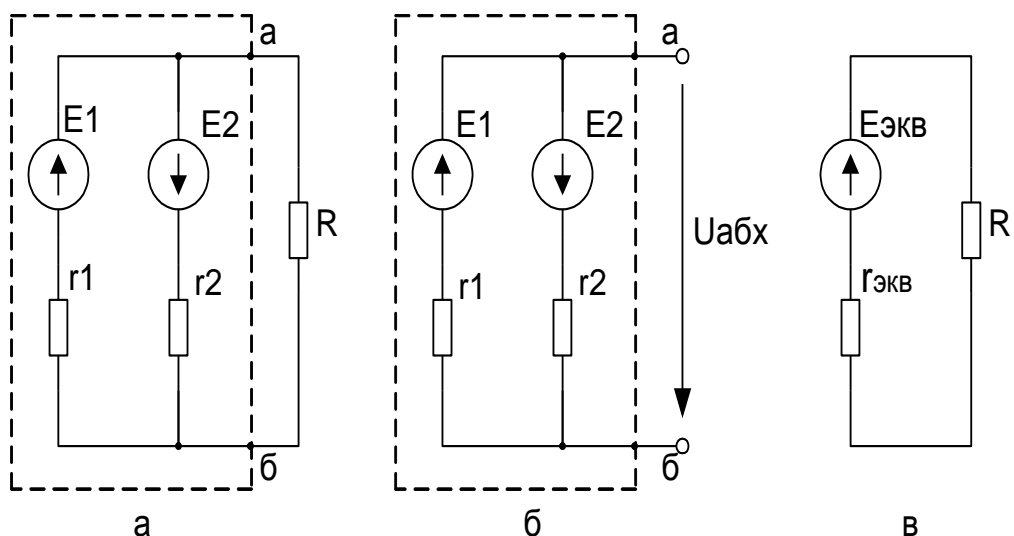


Рисунок 1.12 - Применение метода эквивалентного генератора

Внутреннее сопротивление идеальных источников ЭДС равно нулю, то внутреннее сопротивление генератора равно эквивалентному сопротивлению параллельно включенных сопротивлений \$r_1\$ и \$r_2\$:

$$r_{экв} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} . \quad (1.26)$$

В результате схема может быть представлена в виде эквивалентного генератора с параметрами \$E_{экв}\$ и \$r_{экв}\$ и присоединенного к этому генератору сопротивления \$R\$ (рисунок 1.12 в). Ток в цепи с сопротивлением \$R\$ может быть рассчитан по выражению (1.24). Решение задач методом эквивалентного генератора подразумевает необходимость использования различных способов решений, позволяющих получить значение эквивалентного ЭДС источника и его сопротивления.

Перейдем к рассмотрению практических задач на основе представленных методов решения.

1.3 Задачи на тему «Постоянный ток»

Задача 1. Определить значения тока \$I\$ в цепи и напряжений \$U_1\$ и \$U_2\$ (рисунок 1.13).

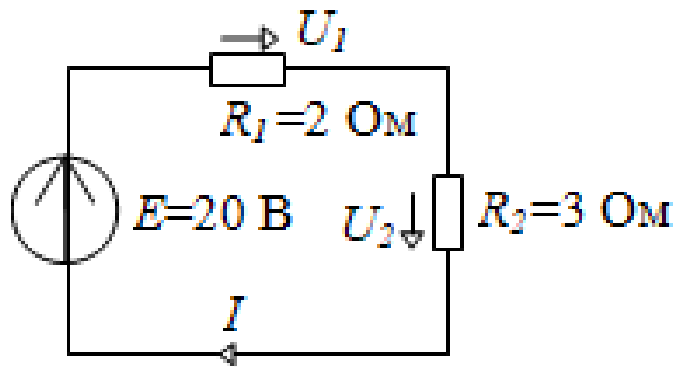


Рисунок 1.13 – Схема к задаче 1

Решение

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 = 2 + 3 = 5 \text{ Ом};$$

$$I = \frac{E}{R_{\Sigma}} = \frac{20}{5} = 4 \text{ А};$$

$$U_1 = I \cdot R_1 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ В};$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ В}.$$

Задача 2. Определить значения тока I , напряжения U_1 и ЭДС E , полагая $U_2 = 12 \text{ В}$ (рисунок 1.14).

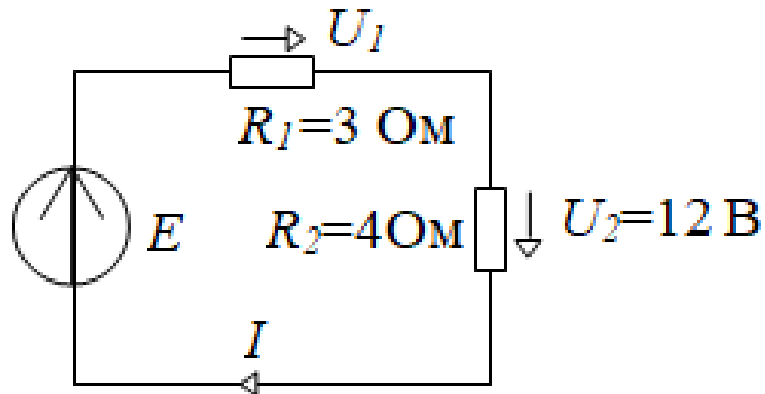


Рисунок 1.14 – Схема к задаче 2

Решение

$$I = U_2 / R_2 = \frac{12}{4} = 3 \text{ А};$$

$$U_1 = I \cdot R_1 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ В};$$

$$E = U_1 + U_2 = 9 + 12 = 21 \text{ В}.$$

Задача 3. Определить значение R_2 . Напряжение $U_2 = 25 \text{ В}$ (рисунок 1.15).

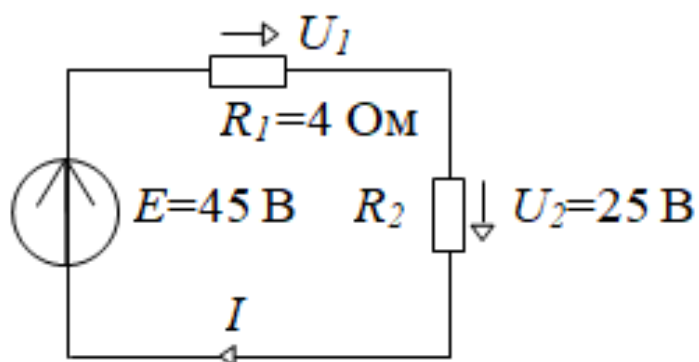


Рисунок 1.15 – Схема к задаче 3

Решение

$$U_1 = E - U_2 = 45 - 25 = 20 \text{ В};$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{20}{4} = 5 \text{ А};$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{25}{5} = 5 \text{ Ом};$$

Задача 4. Определить значения токов во всех ветвях и напряжений на сопротивлениях (рисунок 1.16).

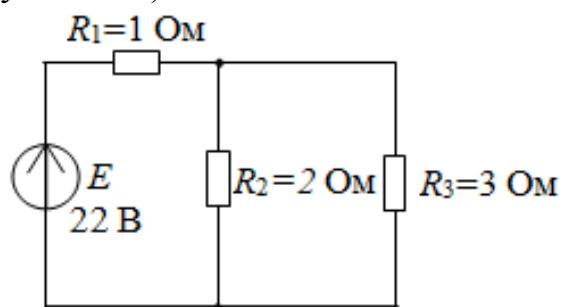


Рисунок 1.16 – Схема к задаче 4

Решение

Указываем положительные направления токов в ветвях и напряжений на сопротивлениях (рисунок 1.17).

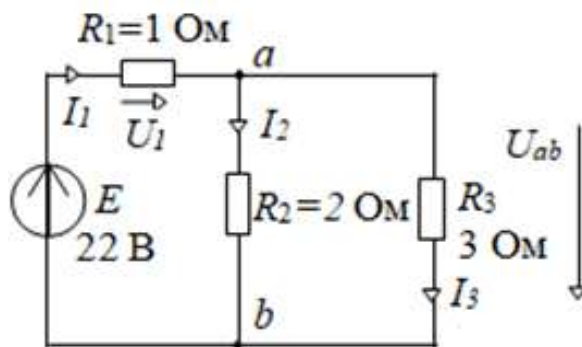


Рисунок 1.17 – Направление токов в ветвях и напряжений на сопротивлениях

Находим величину эквивалентного сопротивления.

$$R_3 = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1 + \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 2,2 \text{ Ом.}$$

Величина тока и напряжения на сопротивлении R1 будет равна:

$$I_1 = \frac{E}{R_3} = 22 / 2,2 = 10 \text{ А,}$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 10 \cdot 1 = 10 \text{ В.}$$

Последовательность расчета I_2 и I_3 покажем подробно. Сопротивления R2 и R3 по которым протекают указанные токи соединены параллельно. Рассмотрим участок цепи, соответствующий их соединению (рисунок 1.18).

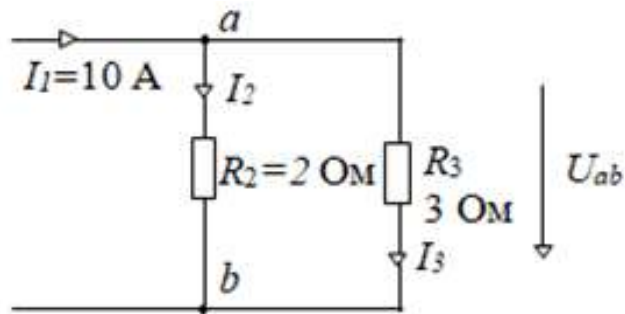


Рисунок 1.18 – Фрагмент цепи к задаче 4

Величина напряжения U_{ab} может быть определена

$$U_{ab} = I_1 \cdot R_{ab} = 10 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 12 \text{ В.}$$

Располагая U_{ab} , определяем токи в средней и правой ветвях

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ А,}$$

Задача 5. Рассчитать токи в ветвях схемы показанной на рисунке 1.19. Если $E1=100\text{В}$, $R1=100 \text{ Ом}$, $R2=100 \text{ Ом}$, $R3=60 \text{ Ом}$, $R4=40 \text{ Ом}$, $R5=56 \text{ Ом}$, $R6=20 \text{ Ом}$.

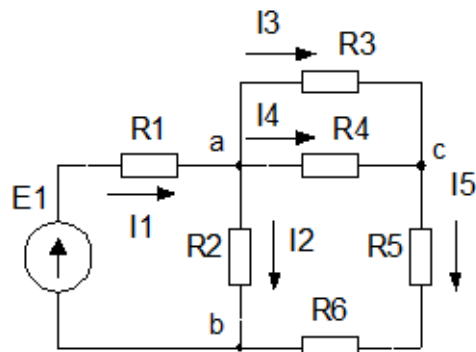


Рисунок 1.19 – Схема к задаче 5

Решение

Перед началом расчета необходимо расставить направление токов, определить количество узлов и ветвей. Направление токов на схеме соответствует направлению ЭДС источника (рисунок 1.19), схема содержит пять ветвей и три узла (a, b, c). В схеме на рисунке 1.19 сопротивления R_3 и R_4 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = 24 \text{ Ом}.$$

Сопротивления R_{34} , R_5 и R_6 соединены последовательно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{3456} = R_{34} + R_5 + R_6 = 24 + 56 + 20 = 100 \text{ Ом}.$$

Сопротивление R_2 и сопротивление R_{3456} соединены параллельно, следовательно:

$$R_{23456} = \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50 \text{ Ом}.$$

Сопротивление R_1 соединено последовательно с R_{23456} следовательно, эквивалентное сопротивление всей схемы равно:

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_{23456} = 50 + 50 = 100 \text{ Ом}.$$

Ток, потребляемый от источника ЭДС:

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{\Sigma}} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А}.$$

Чтобы рассчитать остальные токи схемы необходимо определить напряжение между узлами a и b:

$$U_{ab} = I_1 \cdot R_{23456} = 1 \cdot 50 = 50 \text{ В}.$$

Зная напряжение U_{ab} можно определить токи:

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ А},$$

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_{3456}} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ А}.$$

Чтобы рассчитать токи, протекающие по сопротивлениям R_3 и R_4 необходимо определить напряжение на участке ac:

$$U_{ac} = I_5 \cdot R_{34} = 0,5 \cdot 24 = 12 \text{ В}.$$

Зная это напряжение, определим токи:

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{R_3} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ A},$$

$$I_4 = \frac{U_{ac}}{R_4} = \frac{12}{40} = 0,3 \text{ A}.$$

Выполняем проверку правильности решения с помощью первого закона Кирхгофа для узлов а и с:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 1 \text{ A} - 0,5 \text{ A} - 0,2 \text{ A} - 0,3 \text{ A} = 0,$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0,2 \text{ A} + 0,3 \text{ A} - 0,5 \text{ A} = 0.$$

Так как законы Кирхгофа выполняются, то расчет выполнен правильно.

Задача 6. Рассчитать токи в ветвях схемы показанной на рисунке 1.20. Если $E_1=100\text{В}$, $E_2=75\text{В}$, $E_3=50\text{В}$ $R_1=100 \text{ Ом}$, $R_2=50 \text{ Ом}$, $R_3=20 \text{ Ом}$, $R_4=40 \text{ Ом}$, $R_5=40 \text{ Ом}$ (рисунок 1.20).

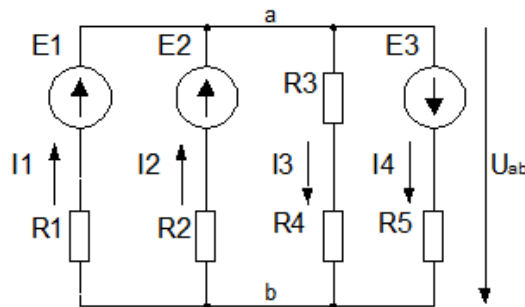


Рисунок 1.20 – Схема к задаче 6

Решение

Перед началом расчета необходимо расставить направление токов, определить количество узлов и ветвей. Так как в схеме несколько источников ЭДС используем условно-положительные направления токов. На схеме направление токов соответствует направлению ЭДС в активных ветвях, а в пассивной ветви выбрано произвольно (рисунок 1.20), схема содержит четыре ветви и два узла (а, b). Так как в схеме два узла и несколько источников ЭДС, то расчет целесообразно вести методом двух узлов.

Обозначим направление междуузловое напряжения U_{ab} . Рассчитаем проводимости ветвей:

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ См},$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ См},$$

$$G_{34} = \frac{1}{R_3 + R_4} = \frac{1}{20 + 40} = 0,0167 \text{ См},$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ См}.$$

В соответствии с методом двух узлов междуузловое напряжение будет равно:

$$U_{ab} = \frac{G_1 \cdot E_1 + G_2 \cdot E_2 - G_5 \cdot E_3}{G_1 + G_2 + G_{34} + G_5} = \frac{0,01 \cdot 100 + 0,02 \cdot 75 - 0,025 \cdot 50}{0,01 + 0,02 + 0,0167 + 0,025} = 17,43 \text{ В}.$$

Зная междуузловое напряжение, определяем токи в ветвях, используя второй закон Кирхгофа:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{100 - 17,43}{100} = 0,826 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = \frac{75 - 17,43}{50} = 1,151 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3 + R_4} = \frac{17,43}{20 + 40} = 0,291 \text{ А},$$

$$I_4 = \frac{E_3 + U_{ab}}{R_5} = \frac{50 + 17,43}{40} = 1,686 \text{ А}.$$

Выполняем проверку правильности решения с помощью первого закона Кирхгофа для узла «а»:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0,826 \text{ А} + 1,151 \text{ А} - 0,291 \text{ А} - 1,686 \text{ А} = 0$$

Так как законы Кирхгофа выполняются, то расчет выполнен правильно.

Задача 7. Решить задачу, приведенную в примере 2 с помощью метода наложения.

Решение

Так как схема на рисунке 1.20 содержит три источника ЭДС, то расчет одной сложной цепи сводится к расчету трех простых цепей, показанных на рисунке 1.21. Направления токов в исходной схеме показаны на рисунке 1.20. В схемах на рисунке 1.21 направления токов обозначены в соответствии с направлением источников ЭДС. Рассчитаем первую схему (рисунок 1.21 а).

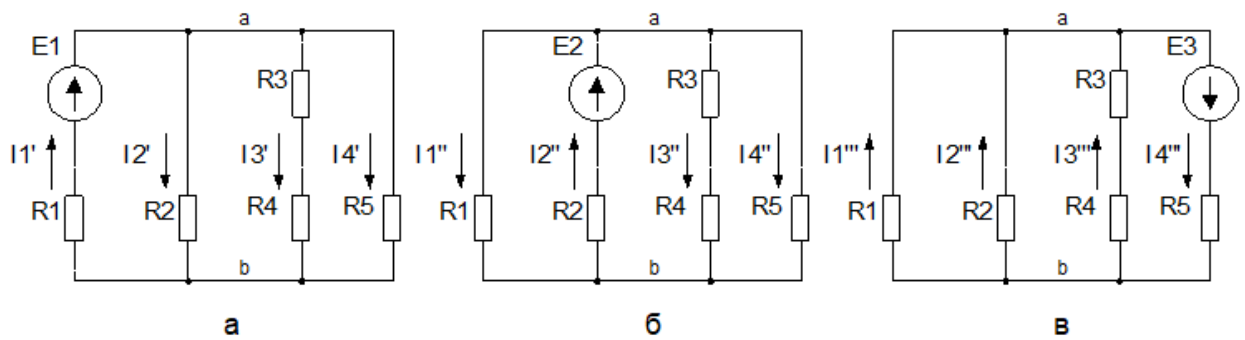


Рисунок 1.21 – Схемы к задаче 7

Сопротивления R_2 , R_3 и R_5 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{2345} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{40}} = 16,216 \text{ Ом} .$$

Сопротивления R_1 и R_{2345} соединены последовательно, следовательно, эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R'_3 = R_1 + R_{2345} = 100 + 16,216 = 116,216 \text{ Ом} .$$

Ток, потребляемый от источника E_1 , равен:

$$I1' = \frac{E_1}{R'_3} = \frac{100}{116,216} = 0,861 \text{ А} .$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение: $U'_{ab} = I1' \cdot R_{2345} = 0,861 \cdot 16,216 = 13,962 \text{ В} .$

Токи в ветвях:

$$I2' = \frac{U'_{ab}}{R_2} = \frac{13,962}{50} = 0,279 \text{ А} ,$$

$$I3' = \frac{U'_{ab}}{R_3 + R_4} = \frac{13,962}{20 + 40} = 0,233 \text{ А} ,$$

$$I4' = \frac{U'_{ab}}{R_5} = \frac{13,962}{40} = 0,349 \text{ А} .$$

Рассчитаем вторую схему (рисунок 1.21 б). Сопротивления R_1 , R_3 и R_5 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{1345} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{40}} = 19,355 \text{ Ом}.$$

Сопротивления R_2 и R_{1345} соединены последовательно, следовательно, эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R_{\mathcal{E}}'' = R_2 + R_{1345} = 50 + 19,355 = 69,355 \text{ Ом}.$$

Ток, потребляемый от источника E_2 , равен:

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{\mathcal{E}}''} = \frac{75}{69,355} = 1,081 \text{ А}.$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение:

$$U_{ab}'' = I_2'' \cdot R_{1345} = 1,081 \cdot 19,355 = 20,923 \text{ В}.$$

Токи в ветвях:

$$I_1'' = \frac{U_{ab}''}{R_1} = \frac{20,923}{100} = 0,209 \text{ А},$$

$$I_3'' = \frac{U_{ab}''}{R_3 + R_4} = \frac{20,923}{20 + 40} = 0,349 \text{ А},$$

$$I_4'' = \frac{U_{ab}''}{R_5} = \frac{20,923}{40} = 0,523 \text{ А}.$$

Рассчитаем третью схему (рисунок 1.21 в). Сопротивления R_1 , R_{34} и R_2 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{1234} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{50}} = 21,429 \text{ Ом}.$$

Сопротивления R_5 и R_{1234} соединены последовательно, следовательно, эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R_{\mathcal{E}}''' = R_5 + R_{1234} = 40 + 21,429 = 61,429 \text{ Ом}.$$

Ток, потребляемый от источника E_3 , равен:

$$I_4''' = \frac{E_3}{R_{\mathcal{E}}'''} = \frac{50}{61,429} = 0,814 \text{ А}.$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение:

$$U_{ba}''' = I4''' \cdot R_{1234} = 0,814 \cdot 21,429 = 17,442 \text{ В}.$$

Токи в ветвях:

$$I1''' = \frac{U_{ba}'''}{R_1} = \frac{17,442}{100} = 0,174 \text{ А},$$

$$I2''' = \frac{U_{ba}'''}{R_2} = \frac{17,442}{50} = 0,349 \text{ А},$$

$$I3''' = \frac{U_{ba}'''}{R_3 + R_4} = \frac{17,442}{20 + 40} = 0,291 \text{ А}.$$

В качестве положительных направлений токов принимаем их направления на исходной схеме (рисунок 1.20). С учетом этого токи определяются как:

$$I1 = I1' - I1'' + I1''' = 0,861 - 0,209 + 0,174 = 0,826 \text{ А},$$

$$I2 = -I2' + I2'' + I2''' = -0,279 + 1,081 + 0,349 = 1,151 \text{ А},$$

$$I3 = I3' + I3'' - I3''' = 0,233 + 0,349 - 0,291 = 0,291 \text{ А},$$

$$I4 = I4' + I4'' + I4''' = 0,349 + 0,523 + 0,814 = 1,686 \text{ А}.$$

В приложении А представлена задача для расчёта цепи постоянного тока, которая может быть использована в качестве задачи для контрольной (домашней) работы студентов очного или заочного отделения.

1.4 Контрольные вопросы

1.4.1 Что называется постоянным током?

1.4.2 Какие способы получения постоянного тока вы знаете?

1.4.3 Как определить мощность, не имея ваттметра?

1.4.4 Перечислите методы расчета цепей постоянного тока.

1.4.5 Какие факторы оказывают влияние на величину электрического сопротивления?

1.4.6 Перечислите способы определения электрического сопротивления.

1.4.7 Напишите формулировку и выражения для закона Ома и законов Кирхгофа.

1.4.8 Представьте выражения для последовательного, параллельного и смешанного соединения проводников.

1.4.9 По каким признакам можно определить наличие электрического тока?

1.4.10 Что происходит при коротком замыкании?

1.4.11 Изобразите ВАХ реальных и идеальных источников тока и напряжения?

1.4.12 Какие режимы работы источников энергии вы знаете?

1.4.13 В каких случаях удобно использовать метод эквивалентного генератора?

1.4.14 Перечислите единицы измерения основных электрических параметров

1.4.15 Какие законы используются для расчёта цепей постоянного тока?

ГЛАВА 2

"ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА"

2.1 Основные понятия электрической цепи однофазного переменного тока.

Первоначально в электротехнике применяли исключительно постоянный ток. Сегодня практически повсеместно распространён переменный ток. Постоянный ток, необходимый в промышленности, например, на электрифицированном транспорте, электросвязи, чаще всего получают за счёт выпрямления переменного тока.

Основными преимуществами переменного синусоидального тока, обуславливающими его широкое распространение, являются возможность передачи энергии на дальние расстояния с малыми потерями, а так же простое преобразование электрической энергии с помощью трансформаторов. В настоящее время для большинства электрических сетей принята частота синусоидального тока 50 Гц – общепромышленная частота (в США и Японии – 60 Гц). Однако в различных отраслях промышленности встречаются другие стандарты частоты. Например, в электротермических установках используют диапазон частот 500 Гц – 50 кГц.

В линейной электрической цепи при действии синусоидально изменяющейся напряжения (2.1):

$$u = U_m \cdot \sin \omega \cdot t. \quad (2.1)$$

Токи также имеют форму синусоиды (2.2), что отображено на рисунке 2.1 (рисунок 2.1):

$$i = I_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi, \quad (2.2)$$

где $\omega = 2\pi \cdot f$ - угловая частота,

$f = 1/T$ - частота переменного тока,

φ - начальная фаза,

I_m, U_m – максимальные значения (амплитуда) тока, напряжения.

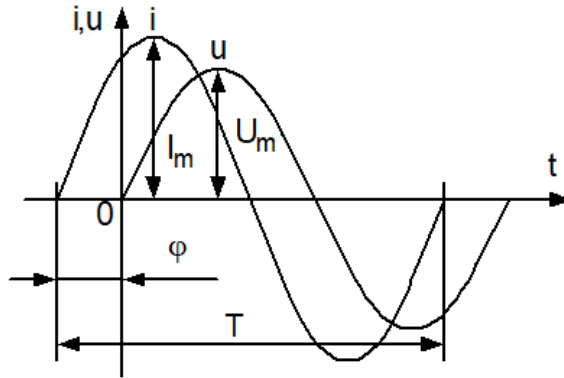


Рисунок 2.1 – Синусоидальная форма переменного тока и напряжения

Рассмотрим принцип получения переменного тока в результате преобразования механической энергии в электрическую (рисунок 2.2).

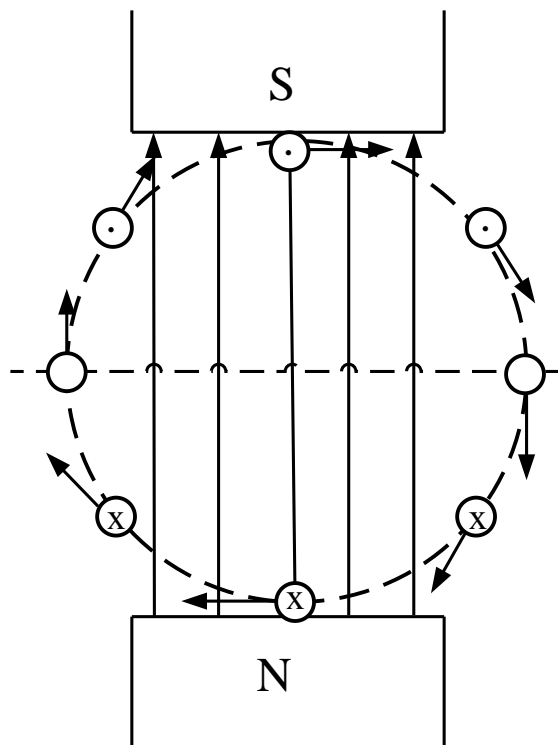


Рисунок 2.2 – Получение переменной ЭДС

Имеется однородное магнитное поле, образованное полюсами N-S электромагнита. Внутри поля под действием посторонней силы вращается по окружности в сторону движения часовой стрелки металлический прямолинейный проводник. Пересечение проводником магнитных линий приведет к появлению в проводнике индуктированной ЭДС. Величина ЭДС зависит от величины магнитной индукции B , активной длины проводника l ,

скорости пересечения проводником магнитных линий v и синусу угла α между направлением движения проводника и направлением магнитного поля, что описывается выражением (2.3):

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha. \quad (2.3)$$

Окружная скорость v может быть разложена на две составляющие: нормальную (v_n) и тангенциальную (v_t) (по отношению к направлению магнитной индукции B), что показано на рисунке 2.3.

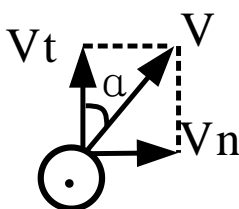


Рисунок 2.3 – Разложение окружной скорости на составляющие

Нормальная составляющая скорости обуславливает наводимую ЭДС индукции и равна (2.4):

$$v_n = v \sin \alpha. \quad (2.4)$$

Тангенциальная составляющая скорости v_t не принимает участия в создании индуктированной ЭДС и равна (2.5):

$$v_t = v \cdot \cos \alpha. \quad (2.5)$$

При $\cos \alpha = 1$, т.е. при угле $\alpha = 90^\circ$ нормальная составляющая скорости будет равна (2.6):

$$v_n = v \sin \alpha = v. \quad (2.6)$$

В этом случае нормальная составляющая скорости имеет максимальное значение. Такое же значение имеет в этот момент величина индуктированной ЭДС в проводнике (2.7):

$$e = B \cdot l \cdot v = E_m. \quad (2.7)$$

При движении проводник будет занимать различные положения. На рисунке 2.2 представлено движение проводника через каждые 45° . Очевидно, что в каждом положении меняется угол α , а при переходе проводника через горизонтальную ось меняется направление индуктированной ЭДС, определяемой по правилу правой руки. За один полный оборот проводника ЭДС в нем сначала увеличивается от нуля до максимального значения « $+E_m$ », затем уменьшается до нуля и, изменив своё направление, вновь увеличивается до максимального значения « $-E_m$ » и вновь уменьшается до нуля. В последствие указанные изменения ЭДС будут повторяться. Таким образом, движение проводника имеет такую же форму, как и напряжение u на рисунке 2.1. Отметим, что максимальные значения « $+E_m$ » достигаются при 90° , а « $-E_m$ » при 270° угла поворота. Поэтому одной из наиболее удобной форм представления величины переменного сигнала является синусоидальный закон.

С другой стороны, переменный ток и напряжение периодически меняют свои направления и величину, поэтому необходимо определиться с величинами, которые характеризуют сигнал

Мгновенное значение – значение переменной величины (тока, напряжения, ЭДС) в данный момент времени.

Максимальное (амплитудное) мгновенное значение – это наибольшее из мгновенных значений.

Средним значением синусоидальной величины считают ее среднее значение за положительный полупериод или среднее значение по модулю за период. Например, для тока, приняв начальную фазу равной нулю, получим (2.8):

$$I_{CP} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} I_m \cdot \sin \omega \cdot t \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |I_m \cdot \sin \omega \cdot t| \cdot dt = \frac{2 \cdot I_m}{\pi}. \quad (2.8)$$

Синусоидальный ток, протекающий в резистивном элементе с сопротивлением r , вызывает нагрев этого элемента из-за выделения тепловой энергии. Такую же тепловую энергию в этом же резистивном элементе можно получить при протекании через него некоторой величины постоянного тока. Величина этого постоянного тока равна действующему значению соответствующего синусоидального тока. Данная величина

отображается на амперметре при измерении величины тока в цепи переменного тока.

Действующее значение синусоидального тока определяется по формуле (2.9):

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega \cdot t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.9)$$

Формулу (2.9) можно доказать ещё одним способом. Мощность в цепи постоянного тока I при прохождении его через сопротивление r будет равна мощности среднего значения переменного тока i_{cp} , проходящего через тоже сопротивление (2.10):

$$I^2 r = i_{cp}^2 r. \quad (2.10)$$

Из выражения (2.10) получим, что (2.11):

$$I = \sqrt{i_{cp}^2}. \quad (2.11)$$

Величина I и будет действующим значением. Среднее значение i_{cp}^2 определим:

$$i_{cp}^2 = (I_m \sin \omega t)^2 = I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t = I_m^2 \cdot \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) = \frac{I_m^2}{2} - \left(\frac{I_m^2}{2} \cos 2\omega t \right). \quad (2.12)$$

Учитывая, что среднее значение любой синусоидальной величины за период равно нулю, то среднее значение $\cos 2\omega t$ также будет равно нулю, следовательно (2.13):

$$i_{cp}^2 = \frac{I_m^2}{2}. \quad (2.13)$$

Поэтому действующее значение будет равно (2.14):

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.14)$$

Аналогично, для любой другой синусоидальной величины (ЭДС, напряжение и т.д.) среднее и действующее значения определяются из выражений (2.15):

$$A_{cp} = \frac{2 \cdot A_m}{\pi} \approx 0.637 \cdot A_m,$$

$$A = \frac{A_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \cdot A_m. \quad (2.15)$$

Все измерительные приборы, работающие в цепи переменного тока (амперметры, вольтметры) показывают действующие значения величин.

Способы представления синусоидальных величин.

Известно несколько способов представления синусоидальных величин:

- в виде тригонометрических функций;
- в виде графиков;
- в виде вращающихся векторов;
- в виде комплексных чисел.

Представление синусоидальных величин в виде тригонометрических функций рассматривалось выше ($a = A_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$), пример представления синусоидальных величин в виде графиков показан на рисунке 2.1.

Представление синусоидальных величин вращающимися векторами.

Синусоидально изменяющуюся величину можно представить в виде вектора, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω , и имеющего длину равную амплитудному значению синусоидальной величины (рисунок 2.4).

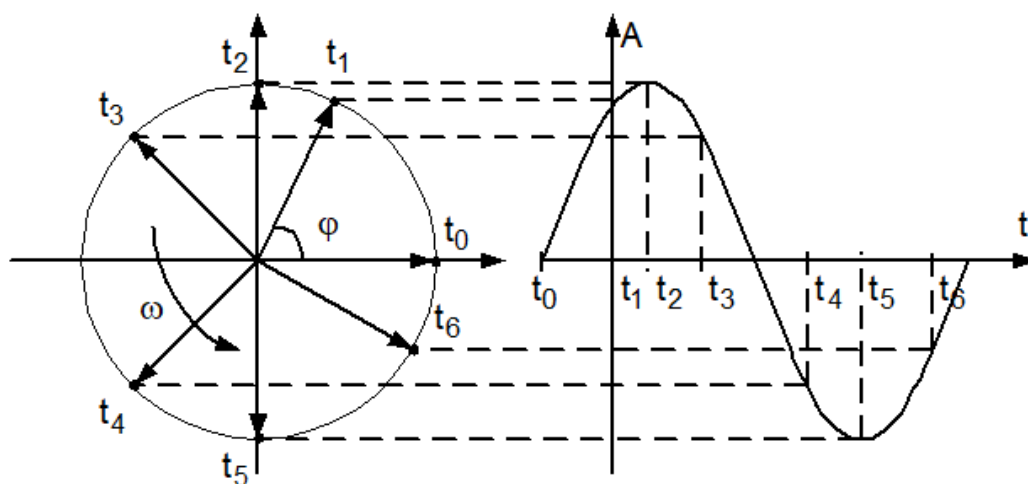


Рисунок 2.4 – Представление синусоидальной величины вращающимся вектором

Для представления синусоидально изменяющейся величины $a = A_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$, график изменения во времени, которой показан на рисунке 2.1, построим радиус-вектор этой величины \vec{A}_m , для моментов времени $t_0, t_1 - t_6$. Длина этого вектора равна амплитуде синусоидальной величины A_m . В момент времени t_0 , угол наклона вектора к горизонтальной оси равен φ . В

моменты времени $t_1 - t_6$, радиус вектор будет поворачиваться против часовой стрелки на угол $\omega \cdot t + \varphi$. При этом его проекция на вертикальную ось будет равна $A_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi$.

Применение вращающихся векторов позволяет компактно представить на одном рисунке несколько различных величин изменяющихся с одной частотой, так как их положение (угол сдвига) друг относительно друга остается неизменным. Совокупность векторов нескольких синусоидальных величин одной частоты называют векторной диаграммой. Пользуясь векторной диаграммой, сложение и вычитание мгновенных значений можно заменить сложением и вычитанием соответствующих векторов.

Представление синусоидальных величин комплексными числами. Вращающиеся векторы синусоидальных величин можно изобразить на комплексной плоскости (рисунок 2.5).

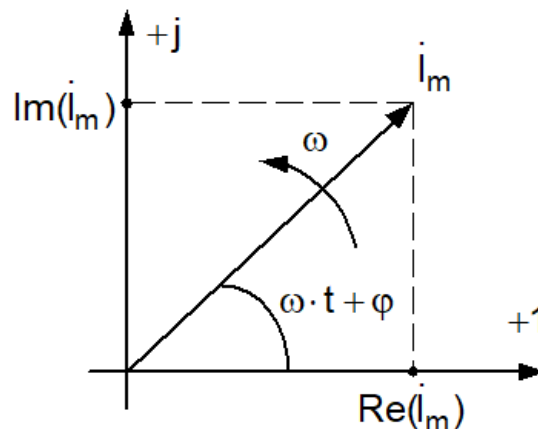


Рисунок 2.5 – Комплексное представление синусоидальной величины

При этом ось абсцисс совпадает с осью действительных чисел (ось «+1»), а ось ординат с осью мнимых величин («+j»). Любому вектору на комплексной плоскости соответствует определенное комплексное число. Так вращающемуся вектору, синусоидальной величины будет соответствовать комплексное число (2.16):

$$a = A_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi = A_m \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t + \varphi} = A_m \cdot e^{j \cdot \varphi} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (2.16)$$

Комплексное число, соответствующее положению вектора в начальный момент времени ($t=0$) $\dot{A}_m = A_m \cdot e^{j \cdot \varphi}$ - называют комплексной амплитудой синусоидальной величины. При увеличении во времени фазы синусоидальной величины угол между вектором и осью растет, функцию поворота вектора на угол $\omega \cdot t$ относительно начального положения выполняет комплексное число $e^{j \cdot \omega \cdot t}$. Для анализа синусоидальных величин

имеющих одинаковую частоту важно взаимное положение векторов в начальный момент времени, поэтому для расчета используют только комплексные амплитуды синусоидальных величин или комплексные действующие значения. Вектор на комплексной плоскости, длина которого равна действующему значению синусоидальной величины, и соответствующее этому вектору комплексное число называют комплексным действующим значением синусоидальной величины (2.17):

$$\dot{A} = \frac{\dot{A}_m}{\sqrt{2}} = A \cdot e^{j\varphi}. \quad (2.17)$$

Представление синусоидальной величины комплексной амплитудой или действующим значением аналогично представлению с помощью вращающегося вектора. Однако представление синусоидальных величин в комплексной форме позволяет применить эффективный комплексный метод расчета цепей синусоидального тока, то есть сложение и вычитание векторов заменить сложением и вычитанием комплексных чисел.

Применяются три формы записи комплексного значения синусоидальной величины:

– $\dot{A} = A \cdot e^{j\varphi}$ - показательная форма;

– $\dot{A} = A \cdot \cos\varphi + j \cdot A \cdot \sin\varphi$ - тригонометрическая форма;

– $\dot{A} = \operatorname{Re} \dot{A} + j \cdot \operatorname{Im} \dot{A}$ - алгебраическая форма.

В представленных формах записи $\operatorname{Re} \dot{A}$ и $\operatorname{Im} \dot{A}$ - действительная и мнимая часть комплексного значения синусоидальной величины. Переход от алгебраической формы к показательной осуществляется по формулам (2.18):

$$A = \sqrt{\operatorname{Re} \dot{A}^2 + \operatorname{Im} \dot{A}^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \dot{A}}{\operatorname{Re} \dot{A}}. \quad (2.18)$$

Переход от показательной формы к тригонометрической осуществляется по формуле Эйлера (2.19):

$$e^{\pm j\varphi} = \cos\varphi \pm j \cdot \sin\varphi. \quad (2.19)$$

Сложение и вычитание комплексных величин производится в алгебраической форме, а умножение и деление в показательной.

При анализе цепей синусоидального тока применяют главным образом комплексные действующие значения синусоидальных величин, сокращенно их называют комплексными значениями.

Основные элементы цепей переменного тока. В цепях переменного

тока, кроме процессов преобразования электроэнергии в другие виды энергии (например в тепловую), происходит изменение энергии магнитных и электрических полей. Поэтому схемы замещения цепей переменного тока могут содержать активные сопротивления, индуктивные, емкостные элементы. Обозначения основных элементов схем замещения переменного тока приведены на рисунке 2.6.

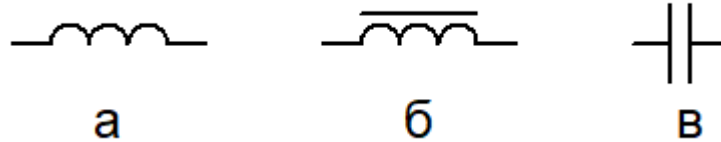


Рисунок 2.6 – Обозначения основных элементов цепей переменного тока

Резистивный элемент. Если ток в резистивном элементе синусоидальный (2.20):

$$i_r = I_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi_i, \quad (2.20)$$

то по закону Ома напряжение, приложенное к элементу равно (2.21):

$$u_r = r \cdot i_r = r \cdot I_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi_i = U_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi_u. \quad (2.21)$$

На рисунке 2.7 представлена цепь переменного тока с резистором, графики мгновенных значений и векторная диаграмма.

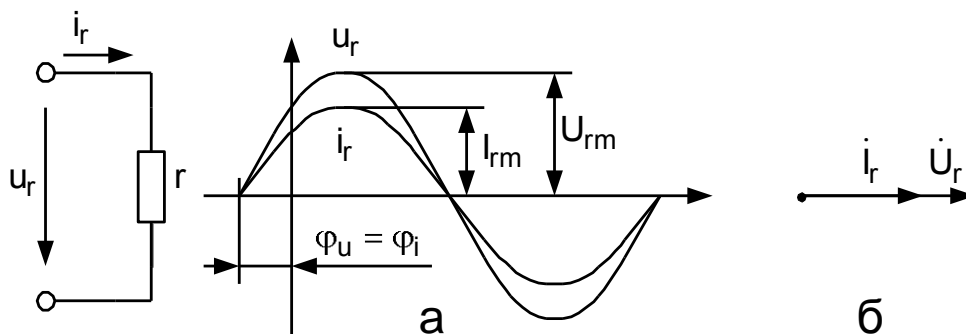


Рисунок 2.7 – График изменения мгновенных значений (а) и векторная диаграмма (б) тока и напряжения на резистивном элементе

Представим ток и напряжение резистивного элемента соответствующими комплексными значениями.

Для резистивного элемента ток и напряжение совпадают по фазе $\varphi_i = \varphi_u$ (рисунок 2.7, а), а действующие значения напряжения и тока связаны между собой соотношением (2.22):

$$U_r = r \cdot I_r. \quad (2.22)$$

С учетом этого закон Ома в комплексной форме для резистивного элемента (2.23):

$$\dot{U}_r = r \cdot \dot{I}_r. \quad (2.23)$$

Соотношение между комплексными значениями тока и напряжения для резистивного элемента наглядно показано на векторной диаграмме (рисунок 2.7, б).

Индуктивный элемент. Индуктивный элемент схемы замещения характеризует наличие изменяющегося магнитного поля, созданного током, протекающим в цепи. В 1834 г. русский академик Э.Х. Ленц сформулировал правило, которое получило его имя: «направление индуцированной ЭДС всегда таково, что вызванный ею ток и его магнитное поле имеют такое направление, что стремятся препятствовать причине, порождающей эту индуцированную ЭДС». С учётом этого правила закон электромагнитной индукции может быть записан в общем виде (2.24):

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (2.24)$$

Выражение в правой части уравнения (2.24) представляет собой среднюю скорость изменения магнитного потока по времени. Чем меньше промежуток времени Δt , тем меньше вышеуказанная ЭДС отличается от ее действительного значения в данный момент времени. Знак «-» определяет направление индуцированной ЭДС, т.е. учитывает правило Ленца. При увеличении магнитного потока выражение $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ будет положительным, а ЭДС – отрицательной. В этом и заключается правило Ленца: ЭДС и созданный ею ток противодействуют причине, которая их создала.

Если катушка состоит из w витков, соединённых между собой последовательно, то индуцированная ЭДС в ней равняется сумме ЭДС, индуцированных в отдельных витках (2.25):

$$e = -w \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (2.25)$$

Произведение числа витков катушки w на сцепленный с ними магнитный поток называется *потокосцеплением* катушки и обозначается Ψ . В таком случае закон электромагнитной индукции будет иметь вид (2.26):

$$e = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta t}. \quad (2.26)$$

В цепях переменного тока, всякое изменение тока в проводнике сопровождается изменением потокосцепления Ψ_L этого проводника, что вызывает появление ЭДС самоиндукции в этом элементе e_L . Это явление получило название самоиндукции. ЭДС самоиндукции определяется скоростью изменения собственного потокосцепления (2.27):

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt}. \quad (2.27)$$

Величина собственного потокосцепления индуктивного элемента пропорциональна величине тока в нем (2.28):

$$\Psi_L = L \cdot i, \quad (2.28)$$

где L – собственная индуктивность элемента.

Когда магнитное поле образуется в немагнитной среде, зависимость $\Psi_L(i)$ является линейной и индуктивность элемента $L = \text{const}$. Для катушек индуктивности с магнитным сердечником индуктивность зависит от протекающего тока. Условные графические обозначения катушек индуктивности без сердечника и с ферромагнитным сердечником приведены на рисунках 2.6 а,б.

Зная определение потокосцепления ЭДС самоиндукции может быть найдено из выражения (2.29):

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (2.29)$$

Направление ЭДС самоиндукции определяется знаком производной тока по времени. При увеличении тока, ЭДС самоиндукции направлена встречно по отношению к направлению протекания тока и вычитается из приложенного напряжения (препятствует увеличению тока). При уменьшении тока направление ЭДС самоиндукции совпадает с направлением тока, ЭДС самоиндукции складывается с приложенным напряжением (стремится поддержать ток постоянным).

При синусоидальном токе в индуктивном элементе по закону электромагнитной индукции напряжение на индуктивном элементе равно (2.30):

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_{Lm} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i) = U_{Lm} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.30)$$

Амплитуды напряжения и тока связаны соотношением (2.31):

$$U_{Lm} = \omega \cdot L \cdot I_{Lm} = x_L \cdot I_{Lm}. \quad (2.31)$$

Действующие значения тока и напряжения соответственно выражением (2.32):

$$U_L = \omega \cdot L \cdot I_L = x_L \cdot I_L. \quad (2.32)$$

Начальные фазы тока и напряжения связаны выражением (2.33):

$$\varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}. \quad (2.33)$$

Индуктивное сопротивление определяется выражением (2.34):

$$x_L = \omega \cdot L. \quad (2.34)$$

Единица измерения индуктивного сопротивления – [Ом].

Закон Ома в комплексной форме для индуктивного элемента определяется выражениями (2.35) или (2.36):

$$\dot{U}_L = \omega \cdot L \cdot I_L \cdot e^{j\varphi_u} = \omega \cdot L \cdot I_L \cdot e^{j(\varphi_i + \frac{\pi}{2})}, \quad (2.35)$$

или

$$\dot{U}_L = j \cdot \omega \cdot L \cdot \dot{I}_L = j \cdot x_L \cdot \dot{I}_L. \quad (2.36)$$

График мгновенных значений напряжения и тока на индуктивном элементе показан на рисунке 2.8, а. На рисунке 2.8, б приведена соответствующая векторная диаграмма из которой видно, что вектор тока отстает от вектора напряжения на угол $\pi/2$.

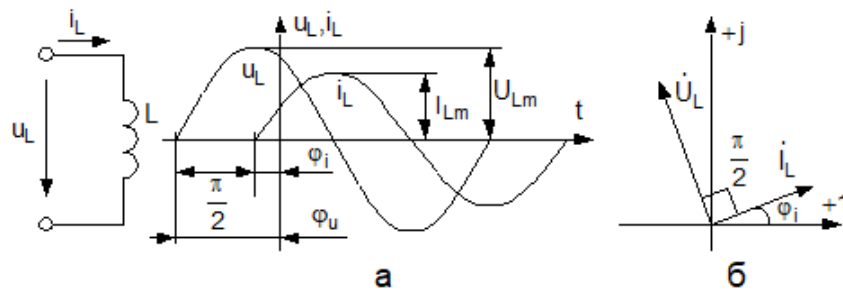


Рисунок 2.8 – График изменения мгновенных значений (а) и векторная диаграмма (б) тока и напряжения на индуктивном элементе

Емкостной элемент. Емкость учитывает изменение энергии электрического поля. Напряжение и ток емкостного элемента связаны уравнением (2.37):

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt}. \quad (2.37)$$

Если напряжение на емкостном элементе u_c возрастает, то ток положителен. То есть в данный момент времени ток имеет направление совпадающее с условно положительным направлением напряжения u_c . Заряд и энергия электрического поля между обкладками конденсатора при этом возрастают и определяется выражением (2.38):

$$W_{\text{э}} = C \cdot \frac{u_c^2}{2} = \frac{q \cdot u_c}{2}. \quad (2.38)$$

Энергия от источника передается электрическому полю. Когда напряжение u_c убывает, уменьшается и заряд, энергия запасенная в электрическом поле возвращается обратно в источник. Следовательно, емкостной элемент схемы замещения отражает обмен энергией между источником и электрическим полем. Обозначение емкостного элемента приведено на рисунке 2.6, в.

Если напряжение между выводами емкостного элемента изменяется синусоидально, то ток через емкостной элемент определится выражением (2.39):

$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt} = \omega \cdot C \cdot U_{Cm} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_u) \equiv I_{Cm} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.39)$$

Амплитуды напряжения и тока связаны соотношением (2.40):

$$U_{Cm} = \frac{I_{Cm}}{\omega \cdot C}. \quad (2.40)$$

Действующие значения тока и напряжения (2.41):

$$U_C = \frac{I_C}{\omega \cdot C} = I_C \cdot x_C. \quad (2.41)$$

Начальные фазы тока и напряжения связаны выражением (2.42):

$$\varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}. \quad (2.42)$$

Емкостное сопротивление определяется выражением (2.43):

$$x_C = \frac{1}{\omega \cdot C}. \quad (2.43)$$

Единица измерения емкостного сопротивления – [Ом].

Закон Ома в комплексной форме для емкостного элемента (2.44):

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \cdot \dot{I}_C = -j \cdot x_C \cdot \dot{I}_C. \quad (2.44)$$

График мгновенных значений напряжения и тока на емкостном элементе показан на рисунке 2.9, а. На рисунке 2.9, б приведена соответствующая векторная диаграмма из которой видно, что вектор напряжения отстает от вектора тока на угол $\pi/2$.

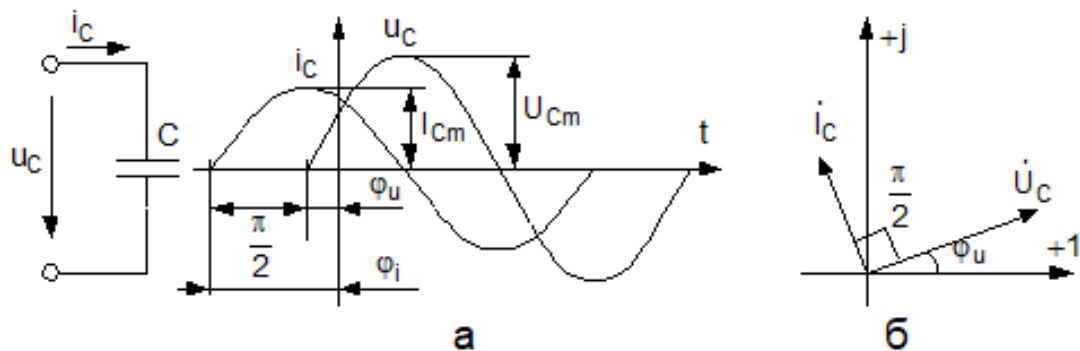


Рисунок 2.9 – График изменения мгновенных значений (а) и векторная диаграмма (б) тока и напряжения на емкостном элементе

Цепи переменного тока с последовательным и параллельным соединением элементов.

Последовательное соединение резистора и катушки индуктивности. Реальная катушка индуктивности кроме индуктивности обладает активным сопротивлением r_L . Цепь состоящая из последовательно соединенных резистора R и катушки индуктивности L (рисунок 2.10, а) обладает эквивалентным активным сопротивлением (2.45):

$$R_{\Sigma} = R + r_L, \quad (2.45)$$

где r_L - активное сопротивление катушки индуктивности;

$x_L = \omega \cdot L$ - индуктивное сопротивление.

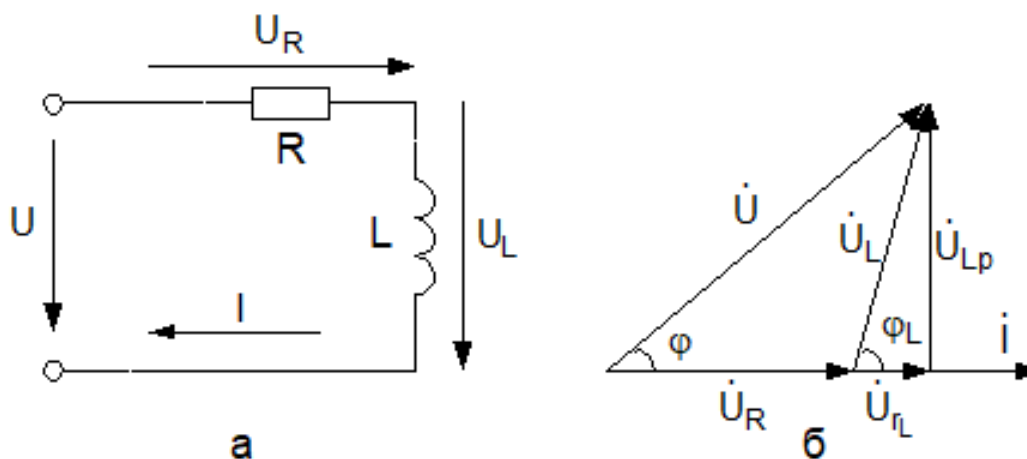


Рисунок 2.10 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) цепи с последовательным соединением резистора и катушки индуктивности

Полное сопротивление такой цепи определяется из выражения (2.46):

$$z = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + x_L^2}. \quad (2.46)$$

Ток в цепи будет одинаковым для всех элементов цепи, а приложенное напряжение распределится между элементами цепи, при этом напряжение на резисторе будет определяться по выражению (2.47) и совпадать по фазе с током:

$$U_R = I \cdot R. \quad (2.47)$$

Напряжение на катушке индуктивности может быть найдено из выражения (2.48):

$$U_L = z_L \cdot I. \quad (2.48)$$

Величина Z_L представляет собой полное сопротивление реальной катушки индуктивности (2.49):

$$z_L = \sqrt{r_L^2 + x_L^2}. \quad (2.49)$$

Напряжение опережает ток на угол (2.50):

$$\varphi_L = \operatorname{arctg} \frac{x_L}{r_L}. \quad (2.50)$$

Напряжение на катушке можно представить в виде двух составляющих:

- активной составляющей: $U_{r_L} = r_L \cdot I$, совпадающей по фазе с током;
- реактивной составляющей $U_{Lp} = x_L \cdot I$, опережающей ток на угол $\frac{\pi}{2}$.

Таким образом, общее напряжение U питания содержит две составляющие – активную $U_a = U_R + U_{r_L}$ и индуктивную U_{Lp} . Результирующий угол сдвига определится выражением (2.51):

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x_L}{R + r_L}. \quad (2.51)$$

В данном случае угол φ считается положительным, так как ток I отстает от напряжения U .

Все соотношения для токов и напряжений этой схемы удобно представить в виде векторной диаграммы. Для цепей с последовательным соединением за основу диаграммы принимается величина, общая для всех элементов цепи – вектор тока I , и относительно него под соответствующими углами откладываются векторы напряжений на отдельных элементах. Разновидностью векторных диаграмм является топографическая векторная диаграмма, на которой каждая точка диаграммы соответствует определенной точке электрической цепи. Топографическая векторная диаграмма для цепи с последовательным соединением резистора и катушки индуктивности имеет вид, показанный на рисунке 2.10.б. Эта диаграмма имеет вид треугольника напряжений, образованного векторами U_a , U_{Lp} и U . Делением всех сторон треугольника напряжений на ток I получается подобный ему треугольник сопротивлений, а умножением сторон на ток I – треугольник мощностей.

Последовательное соединение резистора и конденсатора.

На рисунке 2.11, а представлена цепь, включающая в себя последовательное соединение резистора и конденсатора.

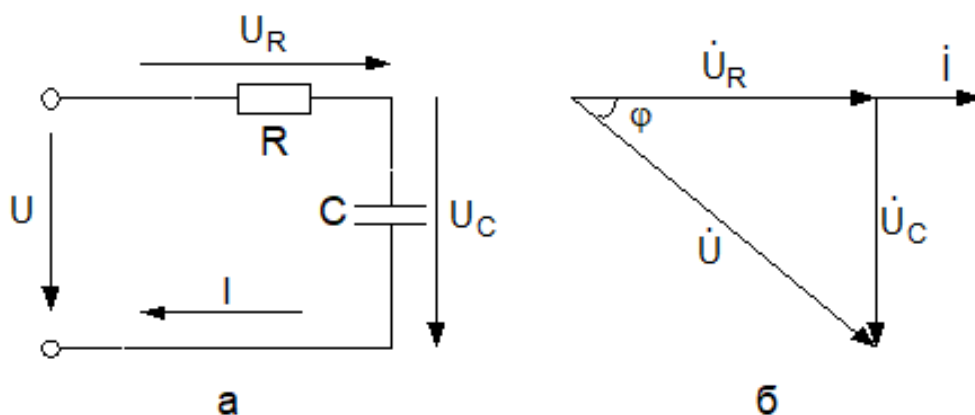


Рисунок 2.11 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) цепи с последовательным соединением резистора и конденсатора

Полное сопротивление цепи будет определяться из выражения (2.52):

$$z = \sqrt{R^2 + x_C^2}. \quad (2.52)$$

Падение напряжения на активном сопротивлении (2.53):

$$U_R = I \cdot R. \quad (2.53)$$

Падение напряжения на конденсаторе является чисто емкостным (не имеет активной составляющей) отстает от тока на угол $\frac{\pi}{2}$ и определяется выражением (2.54):

$$U_C = I \cdot x_C. \quad (2.54)$$

Результирующий угол сдвига между током I и напряжением U: $\varphi = \arctg \frac{x_C}{R}$, в данном случае считается отрицательным, так как ток опережает напряжение.

Векторная диаграмма соответствующая последовательному соединению резистора и конденсатора показана на рисунке 2.11, б.

Параллельное соединение резистора и катушки индуктивности.

В разветвленной цепи, состоящей из параллельно соединенных резистора и катушки индуктивности (рисунок 2.12, а), каждый ее элемент находится под одним и тем же напряжением U , которое создает в резисторе чисто активный ток.

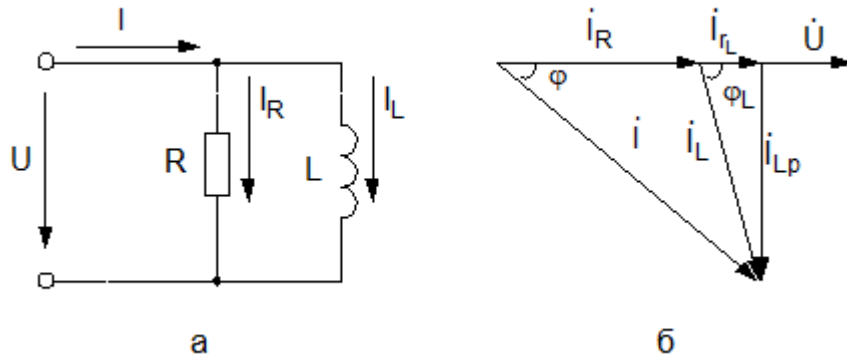


Рисунок 2.12 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) цепи с параллельным соединением резистора и катушки индуктивности

Ток на резисторе совпадает по фазе с напряжением и определяется из выражения (2.55):

$$I_R = \frac{U}{R} = g \cdot U, \quad (2.55)$$

где $g = \frac{1}{R}$ - проводимость резистора.

Ток в катушке индуктивности определяется из выражения (2.56):

$$I_L = \frac{U}{z_L} = y_L \cdot U, \quad (2.56)$$

где $y_L = \frac{1}{z_L}$ - полная проводимость катушки индуктивности.

Ток I_L отстает от напряжения на угол, определяемый выражением (2.57):

$$\varphi_L = \arctg \frac{x_L}{r_L}. \quad (2.57)$$

Ток включает в себя две составляющие (рисунок 2.12, б):

– активная составляющая тока, совпадающая по фазе с напряжением U и определяемую выражением (2.58):

$$I_{r_L} = I_L \cdot \cos \varphi_L = U \cdot g_L, \quad (2.58)$$

где $g_L = \frac{r_L}{z_L^2}$ - активная проводимость катушки.

– реактивная составляющая тока, отстающая от напряжения U на угол $\frac{\pi}{2}$ и определяемая выражением (2.59):

$$I_{L_p} = I_L \cdot \sin \varphi_L = U \cdot b_L, \quad (2.59)$$

где $b_L = \frac{x_L}{z_L^2}$ - реактивная проводимость катушки индуктивности.

Общий ток в цепи I имеет активную составляющую, определяемую выражением (2.60):

$$I_a = I_R + I_{r_L} = (g + g_L) \cdot U = g_{\ominus} \cdot U, \quad (2.60)$$

где $g_{\ominus} = g + g_L$ - эквивалентная активная проводимость цепи.

Очевидно, что имеется и реактивная составляющая, равная реактивной составляющей тока катушки:

$$I_p = I_{L_p} = I_L \cdot \sin \varphi_L = U \cdot b_L. \quad (2.61)$$

Таким образом, общий ток в цепи может быть выражен как геометрическая сумма активной и реактивной составляющих (2.62):

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = U \cdot \sqrt{g_{\ominus}^2 + b_L^2} = U \cdot y, \quad (2.62)$$

где $y = \frac{1}{z}$ - эквивалентная полная проводимость цепи.

Вектор тока I отстает от вектора напряжения U на угол, определяемый выражением (2.63):

$$\varphi = \arctg \frac{x_L}{R + r_L}. \quad (2.63)$$

Все эти соотношения представлены на векторной диаграмме (рисунок 2.12, б). При параллельном соединении за основу диаграммы принят вектор

напряжения U общий для всех элементов схемы, и диаграмма имеет вид треугольника токов. Делением всех сторон треугольника на напряжение U получается подобный ему треугольник проводимостей, а умножением сторон на напряжение U - подобный треугольник мощностей.

Параллельное соединение резистора и конденсатора.

В разветвленной цепи, состоящей из параллельно соединенных резистора и конденсатора (рисунок 2.13, а), напряжение U на обоих элементах схемы одинаково.

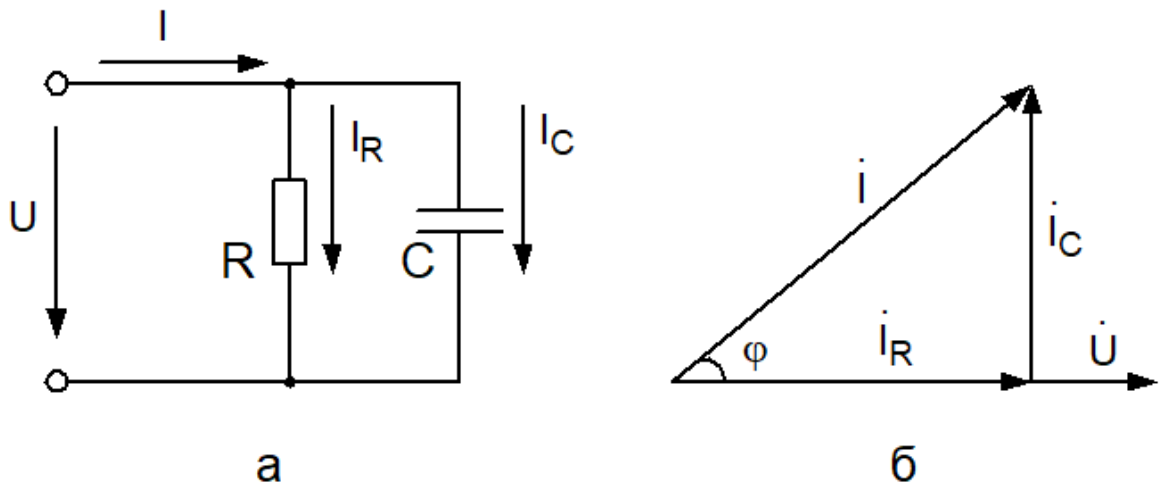


Рисунок 2.13 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) цепи с параллельным соединением резистора и конденсатора

Это напряжение создает в резисторе активный ток, совпадающий по фазе с напряжением (2.64):

$$I_R = \frac{U}{R} . \quad (2.64)$$

При этом ток в конденсаторе чисто реактивный (не имеет активной составляющей) и опережает напряжение U на угол $\frac{\pi}{2}$ (2.65):

$$I_C = \frac{U}{x_C} = b_C \cdot U , \quad (2.65)$$

где $b_C = \frac{1}{x_C}$ - реактивная проводимость конденсатора.

Векторная диаграмма для параллельного соединения резистора и

конденсатора показана на рисунке 2.13, б. За основу диаграммы принят вектор напряжения U , относительно которого строятся векторы токов. Диаграмма так же имеет вид треугольника токов, из которого могут быть получены треугольники проводимостей и мощностей. В данном случае угол сдвига между током и напряжением φ считается отрицательным, так как вектор общего тока цепи I опережает вектор напряжения U .

Мощность цепи переменного тока.

Мгновенная мощность электрической цепи определяется из выражения: $p = u \cdot i$, где u и i мгновенные значения напряжения и тока в цепи. Среднее значение мощности за период переменного тока (2.66):

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u \cdot i \cdot dt. \quad (2.66)$$

Это выражение справедливо для любых периодических функций напряжения и тока. Для синусоидального напряжения и тока среднее значение мощности за период (2.67):

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega \cdot t \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin \omega \cdot t - \varphi \cdot dt = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \int_0^T [\cos \varphi - \cos 2 \cdot \omega \cdot t - \varphi] \cdot dt = \\ &= U \cdot I \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.67)$$

Средняя мощность за период, подобно мощности постоянного тока, определяет энергию, подводимую к цепи за одну секунду. Поэтому ее называют активной мощностью. Значение активной мощности зависит от действующих значений тока и напряжения и угла сдвига фаз между током и напряжением. Множитель $\cos \varphi$ называют коэффициентом мощности.

Мощность в цепи с резистивным элементом.

При наличии в цепи только резистивного элемента $\varphi = 0$ и $\cos \varphi = 1$. Мгновенная мощность (2.68):

$$p = u \cdot i = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t). \quad (2.68)$$

Средняя мощность равна произведению действующих значений тока и напряжения $P = U \cdot I$, наибольшее значение мощности равно $2 \cdot U \cdot I$. На рисунке 2.14 показаны кривые напряжения, тока и мощности для цепи с активным сопротивлением.

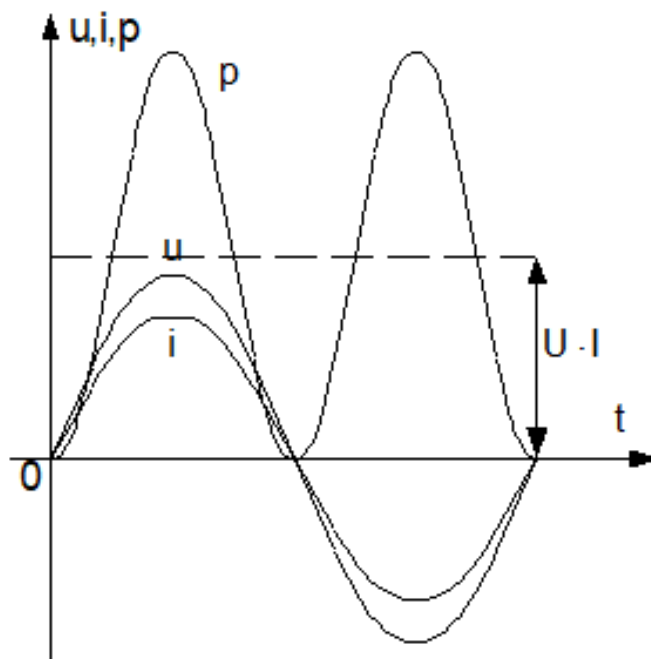


Рисунок 2.14 – Кривые напряжения, тока и мощности для цепи с резистивным элементом

Кривая мощности симметрична относительно среднего значения мощности $U \cdot I$. Область, ограниченная кривой p и осью $\omega \cdot t$, определяет электрическую энергию, преобразованную в тепловую за один период.

Мощность в цепи с идеальной катушкой индуктивности.

В этом случае ток отстает от напряжения на угол $\varphi = \pi/2$ и мгновенная мощность определяется из выражения (2.69):

$$p = -U \cdot I \cdot \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -U \cdot I \cdot \sin 2\omega t. \quad (2.69)$$

Кривые напряжения, тока и мощности в цепи с идеальной катушкой индуктивности показаны на рисунке 2.15.

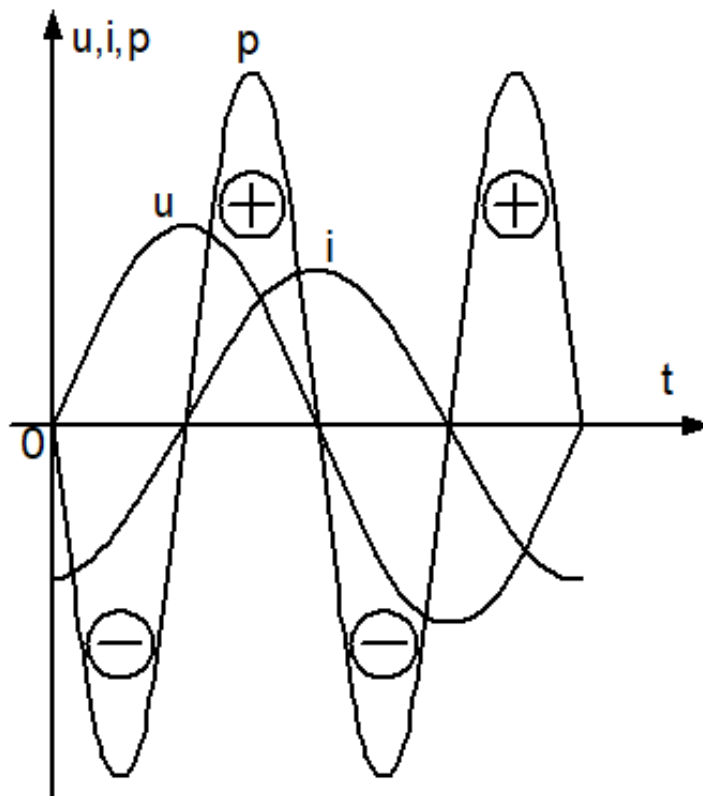


Рисунок 2.15 – Кривые напряжения, тока и мощности для цепи с идеальной катушкой индуктивности

Средняя мощность за период равна нулю. При возрастании тока напряжение действует в направлении протекания тока, при этом $p = u \cdot i > 0$, т.е. энергия поступает в цепь и преобразуется в энергию магнитного поля.

При уменьшении тока напряжение действует в направлении, противоположном направлению протекания тока, $p = u \cdot i < 0$ - энергия запасенная в магнитном поле возвращается источнику. В цепи происходит непрерывный обмен энергией между источником энергии и магнитным полем катушки индуктивности.

Мощность в цепи с конденсатором.

Ток в цепи с конденсатором опережает напряжение на угол $\varphi = \pi/2$. Средняя мощность за период равна нулю. В цепи с конденсатором так же происходит непрерывный обмен энергией между источником энергии и электрическим полем конденсатора. Графики изменения напряжения, тока и мощности в цепи с конденсатором приведены на рисунке 2.16.

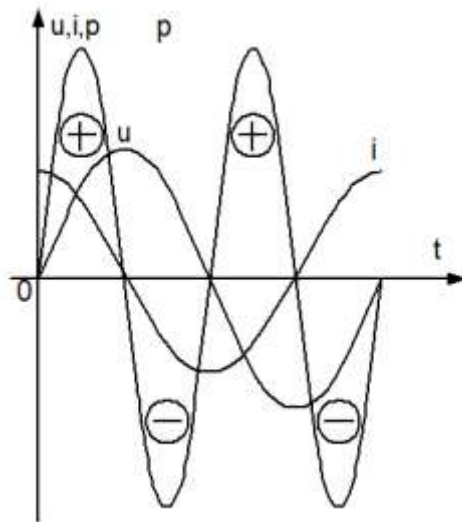


Рисунок 2.16 – Кривые напряжения, тока и мощности для цепи с идеальным конденсатором

Мощность в цепи с резистивным элементом, катушкой индуктивности и конденсатором.

При преобладании индуктивного сопротивления в цепи ток отстает от напряжения на угол φ , а при преобладании емкостного – опережает напряжение. На рисунке 2.17 приведены кривые напряжения тока и мощности при преобладании в цепи индуктивного сопротивления.

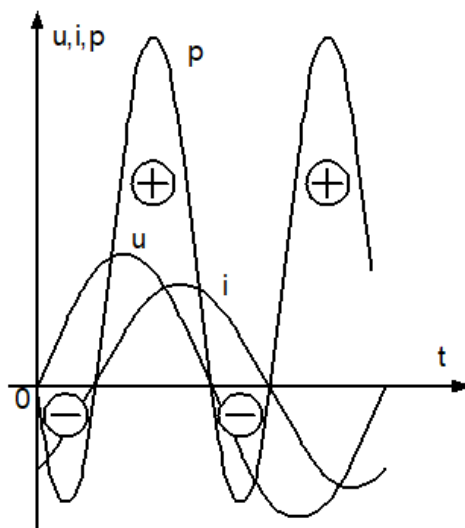


Рисунок 2.17 – Кривые напряжения, тока и мощности для цепи с преобладающим индуктивным сопротивлением

Мгновенная мощность для этой цепи определяется из выражения (2.70):

$$p = U \cdot I \cdot [\cos \varphi - \cos 2\omega t - \varphi]. \quad (2.70)$$

Из выражения (2.70) следует, что за период мощность имеет как положительные значения, когда энергия от источника поступает в цепь, так и отрицательные, когда энергия, запасенная в электрическом и магнитном полях, возвращается обратно. Выражение для мгновенной мощности можно представить в виде двух составляющих (2.71):

$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot [1 - \cos 2\omega t] - U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t = p_a + p_p. \quad (2.71)$$

Мощность p_a является переменной активной мощностью, изменяющейся с частотой 2ω от нуля до значения $2 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$. Мощность p_p – переменная реактивная мощность, изменяющаяся с частотой 2ω от $-U \cdot I \cdot \sin \varphi$ до $+U \cdot I \cdot \sin \varphi$. Средняя мощность, определяемая выражением (2.72), является активной мощностью:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (2.72)$$

Амплитуда переменной мощности, идущей на увеличение магнитного или электрического полей или поступающей обратно в сеть, называется реактивной мощностью (2.73):

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi. \quad (2.73)$$

Реактивная мощность выражается в вольт-амперах ($V \cdot A$) или киловольт-амперах ($kV \cdot A$). Амплитуда мощности, изменяющейся с двойной частотой, называется полной мощностью (2.74):

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.74)$$

Полная мощность выражается также в вольт-амперах ($V \cdot A$) или киловольт-амперах ($kV \cdot A$).

Способы повышения коэффициента мощности.

Большинство потребителей электрической энергии синусоидального тока представляют активно-индуктивные нагрузки, токи которых отстают по фазе от напряжения сети. Для потребителей электрической энергии при заданном напряжении питающей сети U и потребляемой активной мощности P , ток потребителя зависит от величины $\cos \varphi$ (2.75):

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi}. \quad (2.75)$$

Из выражения (2.75) следует, что с уменьшением $\cos \varphi$ ток возрастает. Электрические генераторы, трансформаторы и электрические сети рассчитываются на определенные значения напряжения U_H и тока I_H . Например, в случае, если $\cos \varphi = 0.5$ и полной нагрузке током генераторов, трансформаторов и сетей, потребителю может быть передана активная мощность, составляющая 50% от номинальной активной мощности трансформаторов и генераторов при аналогичном случае, но значении коэффициента мощности $\cos \varphi = 1$. Таким образом, генераторы, трансформаторы и сеть будут полностью загружены по току и недогружены по активной мощности. Поэтому величину $\cos \varphi$, характеризующую использование номинальной мощности источника электрической энергии, называют коэффициентом мощности. Работа потребителей с малым коэффициентом мощности, кроме ухудшения условий использования источника питания, приводит к увеличению мощности потерь в линиях передач, вследствие увеличения передаваемого тока. Потери мощности на нагрев проводов линии пропорциональны квадрату тока.

Существует несколько способов для увеличения коэффициента мощности, основанных на подключении к нагрузке приемника с емкостным током:

1. Применение синхронных двигателей, которые позволяют регулировать $\cos \varphi$ при изменении тока возбуждения (синхронные компенсаторы).

2. Параллельно приемникам электрической энергии подключают конденсаторы.

Емкость конденсаторов, необходимая для уменьшения угла сдвига фаз между током и напряжением от φ_1 до требуемого значения φ_2 определяется из выражения (2.76):

$$C = \frac{P}{\omega \cdot U^2} \cdot (tg \varphi_1 - tg \varphi_2). \quad (2.76)$$

Обычно при помощи конденсаторов компенсацию угла φ осуществляют, повышая $\cos \varphi$ до 0.9 - 0.95, так как дальнейшая компенсация требует больших затрат на установку конденсаторов, которые экономически неоправданны.

Очевидно, что величина $\cos \varphi$ имеет важное значение в электроэнергетических установках.

2.2 Способы расчёта цепей переменного тока

При расчете электрических цепей переменного синусоидального тока возможны две ситуации. Обе будут рассмотрены в примерах.

В первом случае, встречающемся обычно на практике, необходимо определить параметры сети или электрические параметры, соответствующие эксплуатации потребителя, чаще всего электродвигателя.

Во втором случае, расчет электрических цепей переменного синусоидального тока производится в комплексной форме. При этом величины синусоидальных ЭДС и токов представляются в виде комплексных амплитуд или комплексных действующих значений, а все элементы в схеме – в виде комплексных сопротивлений.

Например, если ЭДС источника определяется синусоидальной формой, то комплексная амплитуда запишется в виде показательной формы записи, в алгебраической форме будут иметь вид, представленный в выражении (2.77).

$$e = E_m \cdot \sin \omega \cdot t + \varphi \Rightarrow \dot{E}_m = E_m \cdot e^{j\varphi} = E_m \cdot \cos \varphi + j \cdot E_m \cdot \sin \varphi. \quad (2.77)$$

Комплексное действующее значение синусоидальной ЭДС в показательной или алгебраической форме будет иметь вид (2.78):

$$\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi} = \dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi + j \cdot \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi. \quad (2.78)$$

Комплексные сопротивления элементов электрической цепи переменного тока определяются выражениями:

- $\dot{Z}_R = R$ - для идеального сопротивления;
- $\dot{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot x_L$ - для идеальной индуктивности;
- $\dot{Z}_C = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot x_C$ - для идеальной емкости.

Далее расчет электрической цепи переменного тока можно вести любым методом, известным из раздела – «электрические цепи постоянного тока». Расчет однофазных цепей переменного тока при наличии одного источника синусоидальной ЭДС удобнее проводить с помощью метода эквивалентных преобразований. При этом используется математический аппарат, разработанный для операций с комплексными числами.

Применяются три формы записи комплексного значения синусоидальной величины:

- $\dot{A} = A \cdot e^{j\varphi}$ - показательная форма;

$-\dot{A} = \text{Re } \dot{A} + j \cdot \text{Im } \dot{A}$ - алгебраическая форма, в которой $\text{Re } \dot{A}$ и $\text{Im } \dot{A}$ - действительная и мнимая часть комплексного значения синусоидальной величины.

Переход от алгебраической формы к показательной осуществляется по формулам (2.79):

$$A = \sqrt{\text{Re } \dot{A}^2 + \text{Im } \dot{A}^2},$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\text{Im } \dot{A}}{\text{Re } \dot{A}}. \quad (2.79)$$

Переход от показательной формы к тригонометрической осуществляется по формуле Эйлера (2.80):

$$\dot{A} = A \cdot \cos \varphi + j \cdot A \cdot \sin \varphi. \quad (2.80)$$

Сложение и вычитание комплексных величин производится в алгебраической форме, а умножение и деление в показательной.

При анализе цепей синусоидального тока применяют главным образом комплексные действующие значения синусоидальных величин, сокращенно их называют комплексными значениями.

2.3 Задачи на тему «Однофазные цепи переменного тока»

Задача 1. Амперметр показывает ток $I=10$ А, вольтметр – 120 В, ваттметр – 1 кВт. Определить $\cos \varphi$ потребителя.

Решение

$$S = U \cdot I = 10 \cdot 120 = 1200 \text{ ВА.}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{1000}{1200} = 0,83.$$

Задача 2. Определить активную и полную мощность, отдаваемую генератором однофазного переменного тока в сеть, если вольтметр на щите генератора показывает 220 В, амперметр 20 А и фазометр 0,8.

Решение

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 20 \cdot 220 \cdot 0,8 = 3520 \text{ Вт} = 3,52 \text{ кВт.}$$

$$S = U \cdot I = 20 \cdot 220 = 4400 \text{ ВА} = 4,4 \text{ кВА.}$$

Задача 3. Вольтметр, установленный на щитке электродвигателя показывает 120 В, амперметр 450 А, ваттметр 50 кВт. Определить z , r , x_L , S , $\cos \varphi$, Q .

Решение

$$z = \frac{U}{I} = \frac{120}{450} = 0,267 \text{ Ом.}$$

$$P = I^2 r \Rightarrow r = \frac{P}{I^2} = \frac{50000}{450^2} = 0,247 \text{ Ом.}$$

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{0,267^2 - 0,247^2} = 0,1 \text{ Ом.}$$

$$S = U \cdot I = 450 \cdot 120 = 54000 \text{ ВА} = 54 \text{ кВА.}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{50000}{54000} = 0,927.$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{54000^2 - 50000^2} = 20396 \text{ ВА} = 20,396 \text{ кВА.}$$

Задача 4. По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений и напряжению источника определить токи во всех ветвях схемы и падения напряжения на ее участках. Определить комплекс полной мощности, активную и реактивную мощность. Расчет произвести комплексным методом. Выполнить проверку правильности расчета с использованием баланса активных мощностей схемы. Построить векторную диаграмму. Построить мгновенные значения синусоидальных токов ветвей. Схема однофазной цепи переменного тока представлена на рисунке 2.18.

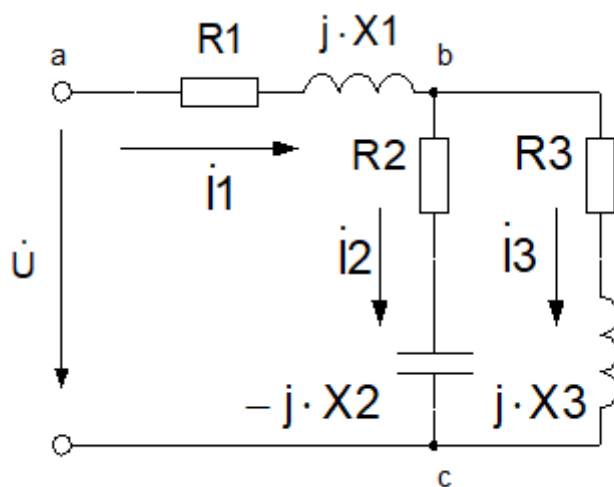


Рисунок 2.18 – Схема электрической цепи задаче 4

Исходные данные для расчета приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Исходные данные для задачи 4

U, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	X1, Ом	X2, Ом	X3, Ом
100	50	100	100	50	50	100

Решение

Электрическая цепь (рисунок 2.18) состоит из трех ветвей. Первоначально необходимо определить комплексные сопротивления ветвей. Сопротивление первой ветви, состоящей из сопротивления R_1 и идеальной катушки индуктивности с комплексным сопротивлением $j \cdot X_1$:

$$\dot{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_1 = 50 + j \cdot 50 \text{ Ом.}$$

Сопротивление второй ветви, состоящей из сопротивления R_2 и идеальной емкости с комплексным сопротивлением $-j \cdot X_2$:

$$\dot{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_2 = 100 - j \cdot 50 \text{ Ом.}$$

Сопротивление третьей ветви, состоящей из сопротивления R_3 и идеальной катушки индуктивности с комплексным сопротивлением $j \cdot X_3$:

$$\dot{Z}_3 = R_3 + j \cdot X_3 = 100 + j \cdot 100 \text{ Ом.}$$

Вторая и третья ветвь соединены параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление

$$\dot{Z}_{23} = \frac{\dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{(100 - j50) \cdot (100 + j100)}{100 - j50 + 100 + j100} = \frac{15000 + j5000}{200 + j50} = 76.471 + j5.882 \text{ Ом.}$$

Эквивалентное сопротивление всей схемы:

$$\dot{Z}_\Sigma = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{23} = 50 + j50 + 76.471 + j5.882 = 126.471 + j55.882 \text{ Ом.}$$

Зная эквивалентное сопротивление, можно определить ток в первой ветви:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_\Sigma} = \frac{100}{126.471 + j55.882} = 0.662 - j0.292 \text{ А.}$$

Определяем напряжения на участках цепи:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 = (0.662 - j0.292) \cdot (50 + j50) = 47.7 + j18.5 \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_{23} = (0.662 - j0.292) \cdot (76.471 + j5.882) = 52.3 - j18.5 \text{ В.}$$

Зная напряжение на участке bc можно рассчитать токи:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_2} = \frac{52.3 - j18.5}{100 - j50} = 0.492 + j0.062 \text{ А,}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_3} = \frac{52.3 - j18.5}{100 + j100} = 0.17 - j0.354 \text{ А.}$$

Проверку правильности расчета токов можно выполнить по первому закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0,$$

$$0.662 - j0.292 - 0.492 - j0.062 - 0.17 + j0.354 = 0.$$

Так как первый закон Кирхгофа выполняется, значит, расчет токов выполнен верно.

Комплекс полной мощности:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = P + jQ,$$

где \dot{I}_1^* - сопряженный комплекс тока \dot{I}_1 .

Если $\dot{I}_1 = 0.662 - j0.292$ А, то сопряженный комплекс $\dot{I}_1^* = 0.662 + j0.292$ А. Таким образом, комплекс полной мощности равен:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = 100 \cdot (0.662 + j0.292) = 66.2 + j29.2 \text{ ВА}.$$

При этом действительная часть комплекса полной мощности равна активной мощности потребляемой схемой $P = 66.2 \text{ Вт}$. Мнимая часть комплекса полной мощности равна реактивной мощности схемы $Q = 29.2 \text{ ВА}$.

Векторная диаграмма токов и напряжений строится на комплексной плоскости по координатам, полученным при расчете в комплексной форме. Токи и напряжения строятся в одних координатных осях, но для них выбираются разные масштабы. Диаграмма для рассчитанной схемы представлена на рисунке 2.19.

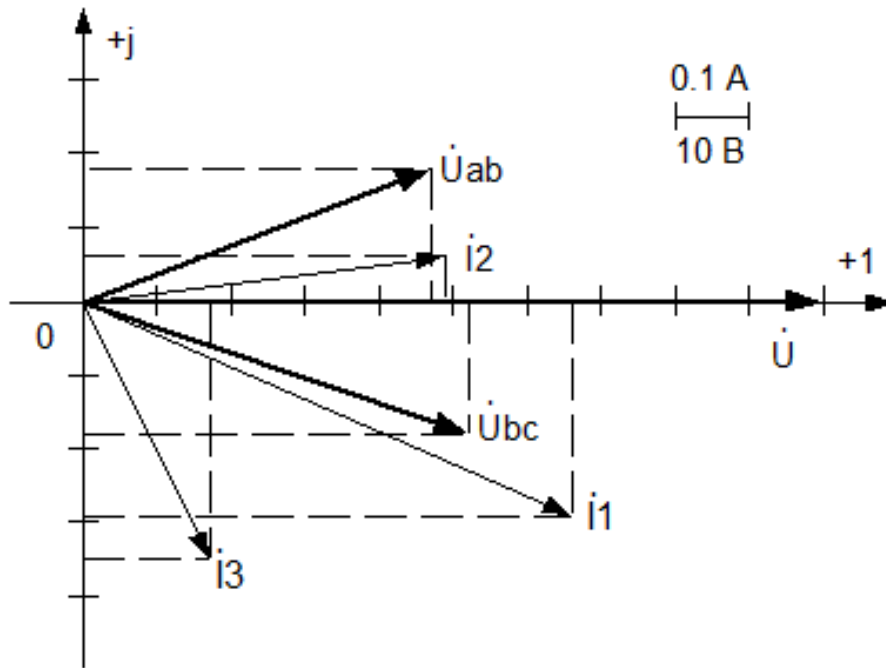


Рисунок 2.19 – Векторная диаграмма токов и напряжений

Выражения для мгновенных значений токов можно получить из комплексных значений записанных в показательной форме:

$$\dot{I}_1 = 0.662 - j0.292 = \sqrt{0.662^2 + 0.292^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{-0.292}{0.662}} = 0.724 \cdot e^{-j23.8^\circ} \text{ A.}$$

Действующее значение тока $I_1 = 0.724 \text{ A}$, а фазовый сдвиг $\varphi_1 = -23.8^\circ$, таким образом мгновенное значение тока равно

$$i_1 = 0.724 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega \cdot t - 23.8^\circ \cong 1.021 \cdot \sin \omega \cdot t - 23.8^\circ \text{ A.}$$

Аналогично для остальных токов:

$$\dot{I}_2 = 0.492 + j0.062 = \sqrt{0.492^2 + 0.062^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{0.062}{0.492}} = 0.496 \cdot e^{j7.18^\circ} \text{ A,}$$

$$i_2 = 0.496 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega \cdot t + 7.18^\circ \cong 0.699 \cdot \sin \omega \cdot t + 7.18^\circ \text{ A,}$$

$$\dot{I}_3 = 0.17 - j0.354 = \sqrt{0.17^2 + 0.354^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{-0.354}{0.17}} = 0.393 \cdot e^{-j64.3^\circ} \text{ A,}$$

$$i_3 = 0.393 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega \cdot t - 64.3^\circ \cong 0.554 \cdot \sin \omega \cdot t - 64.3^\circ \text{ A.}$$

Графики мгновенных значений токов приведены на рисунке 2.20.

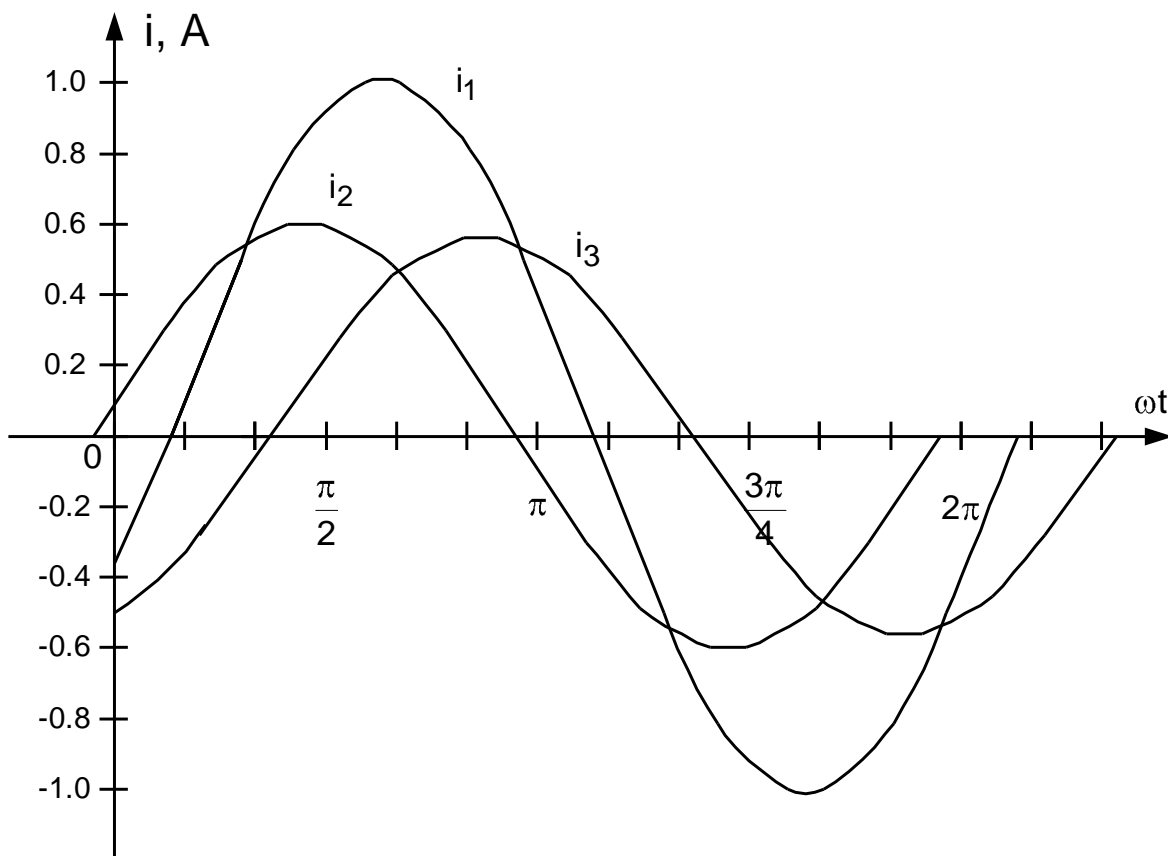


Рисунок 2.20 – Мгновенные значения токов

Построение графиков является неотъемлемой частью задачи, служащей для понимания проведения расчётов.

В приложении Б представлена задача для расчёта цепи однофазного переменного тока, которая может быть использована в качестве задачи для контрольной (домашней) работы студентов очного или заочного отделения.

2.4 Контрольные вопросы

- 2.4.1 Что называется переменным током?
- 2.4.2 Какие способы получения переменного тока вы знаете?
- 2.4.3 Что называется периодом и частотой переменного тока?
- 2.4.4 Какие действия производит переменный ток?
- 2.4.5 Что называется действующим значением переменного тока?
- 2.4.6 Что называется средним значением переменного тока?
- 2.4.7 В чём выражается действие индуктивности, включенной в цепь переменного тока?

2.4.8 Почему происходит отставание или опережение угла напряжения от тока и наоборот?

2.4.9 Какие основные элементы цепи переменного тока вы знаете?

2.4.10 Как проявляет себя емкость, включенная в цепи переменного тока? В чём будет заключаться отличие, если конденсатор той же емкости подключить в цепь постоянного тока?

2.4.11 Как проявляет себя индуктивность, включенная в цепи переменного тока? В чём будет заключаться отличие, если катушку индуктивности той же величины подключить в цепь постоянного тока?

2.4.12 Как измерить полную, активную и реактивную мощности?

2.4.13 Что определяет величина коэффициента мощности?

2.4.14 Какие способы повышения $\cos\varphi$ вы знаете?

2.4.15 Чем будут отличаться векторные диаграммы при подключении резистора и катушки индуктивности последовательно и параллельно?

ГЛАВА 3 "ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА"

3.1 Основные понятия о трёхфазном синусоидальном токе.

Трёхфазные системы относятся к многофазным системам, позволяющим наиболее просто получить вращающееся магнитное поле. Это свойство широко используется в конструкциях генераторов и двигателей переменного тока.

Трёхфазный генератор представляет собой три однофазных генератора, конструктивно объединенных в одном агрегате (рисунок 3.1).

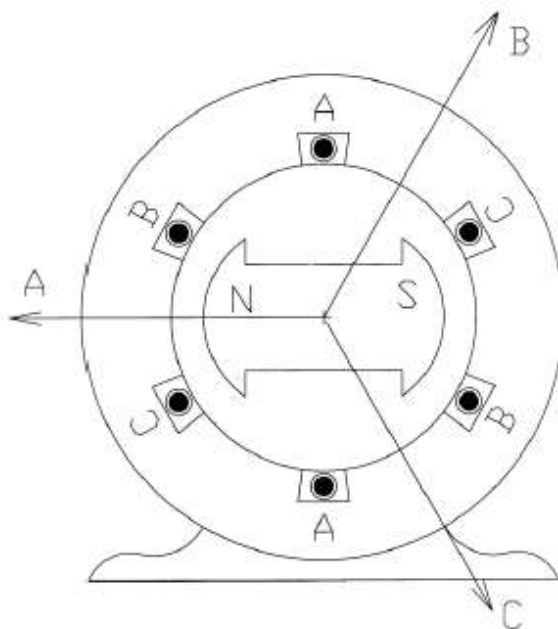


Рисунок 3.1 – Трёхфазный генератора

Трёхфазный генератор состоит из статора (неподвижная часть) и ротора (вращающаяся часть).

Статор представляет собой полый цилиндр, набранный из пластин. На его внутренней поверхности имеются пазы, в которые уложены три одинаковые обмотки (фазы). Они сдвинуты в пространстве на 120° . Ротор – постоянный магнит или набранный из пластин цилиндр, в пазы на внешней поверхности которого уложена обмотка возбуждения (постоянный электромагнит).

При включении обмотки возбуждения в сеть переменного тока по ней потечет ток, который создает постоянный магнитный поток. При вращении ротора первичным двигателем этот поток, согласно закону электромагнитной

индукции, наведет в обмотках статора A, B, C три одинаковых по величине и частоте синусоидальных ЭДС, сдвинутых по фазе на угол 120° (рисунок 3.2,а).

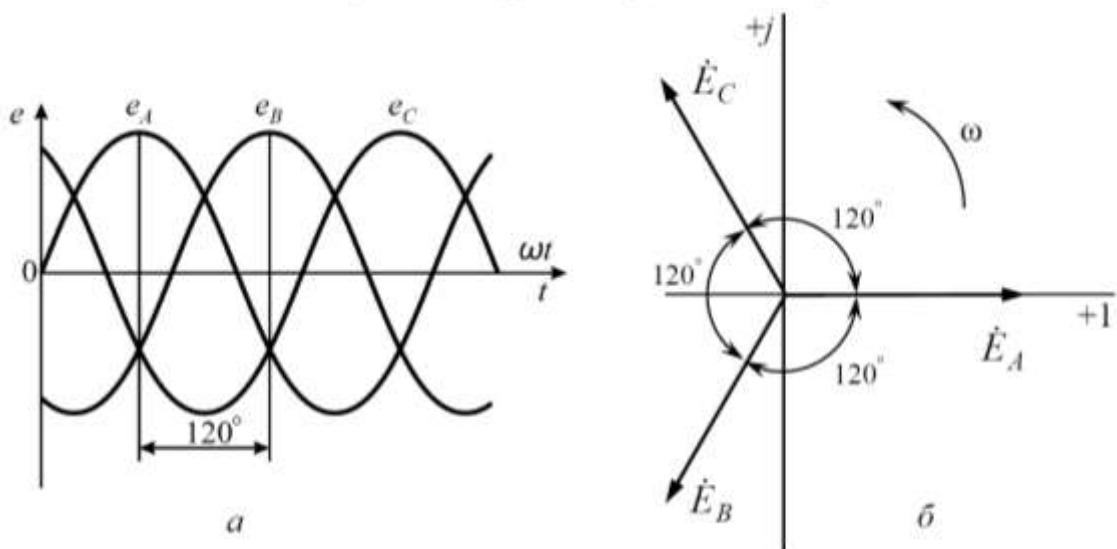


Рисунок 3.2 – Формы представления трёхфазной системы: синусоидальная форма (а), форма векторов (б)

Если ЭДС фазы A принять за исходную, т.е. совместить с вещественной осью комплексной плоскости, то ЭДС обмоток (фаз) можно записать в виде (3.1):

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t, \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ) = E_m \sin(\omega t + 240^\circ), \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Такая трехфазная система ЭДС называется *симметричной системой*. Комплексы действующих значений фазных ЭДС будут определяться выражениями (3.2):

$$\begin{aligned} \dot{E}_A &= E, \\ \dot{E}_B &= \dot{E}_A e^{j240^\circ}, \\ \dot{E}_C &= \dot{E}_A e^{-j240^\circ} = \dot{E}_A e^{j120^\circ}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Обозначим множитель e^{j120° через « a » и будем называть *оператором трехфазной цепи*.

Тогда справедливы выражения (3.3):

$$\begin{aligned}
 a &= e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -0.5 + j0.866, \\
 a^2 &= e^{j240^\circ} = \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ = -0.5 - j0.866.
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

Теперь комплексы действующих значений фаз можно записать и в виде (3.4):

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_A &= E, \\
 \dot{E}_B &= a^2 \dot{E}_A, \\
 \dot{E}_C &= a \dot{E}_A.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

Алгебраическая сумма мгновенных значений ЭДС симметричной системы в любой момент времени равна нулю (3.5):

$$e_A + e_B + e_C = 0. \tag{3.5}$$

В комплексной форме выражение (3.5) будет иметь вид (3.6):

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0. \tag{3.6}$$

Последовательность прохождения ЭДС через одинаковые значения (например, через нулевое значение) называют последовательностью фаз.

Рассмотренная система ЭДС образует прямой порядок следования фаз (АВС). Если две фазы поменять местами (АСВ), то получим обратный порядок следования фаз. Если ЭДС всех трех фаз проходят через ноль одновременно, то имеем нулевой порядок следования фаз.

Обмотки трехфазного генератора стремятся выполнить совершенно одинаковыми, чтобы в них наводились равные ЭДС, сдвинутые на равные углы (120°). Такой генератор называется симметричным.

В дальнейшем будем считать, что несимметрия в трехфазных цепях возникает за счет нагрузки или аварии в цепи, а генератор всегда симметричный.

Основные виды соединений трехфазных цепей.

Совокупность источников трехфазной системы ЭДС, трехфазных нагрузок и соединительных проводов называют трехфазной цепью.

Существуют различные способы соединения обмоток трехфазного генератора с трехфазной нагрузкой.

Пусть от каждой фазы генератора питается свой потребитель. Получим *несвязанную трехфазную систему* (рисунок 3.3).

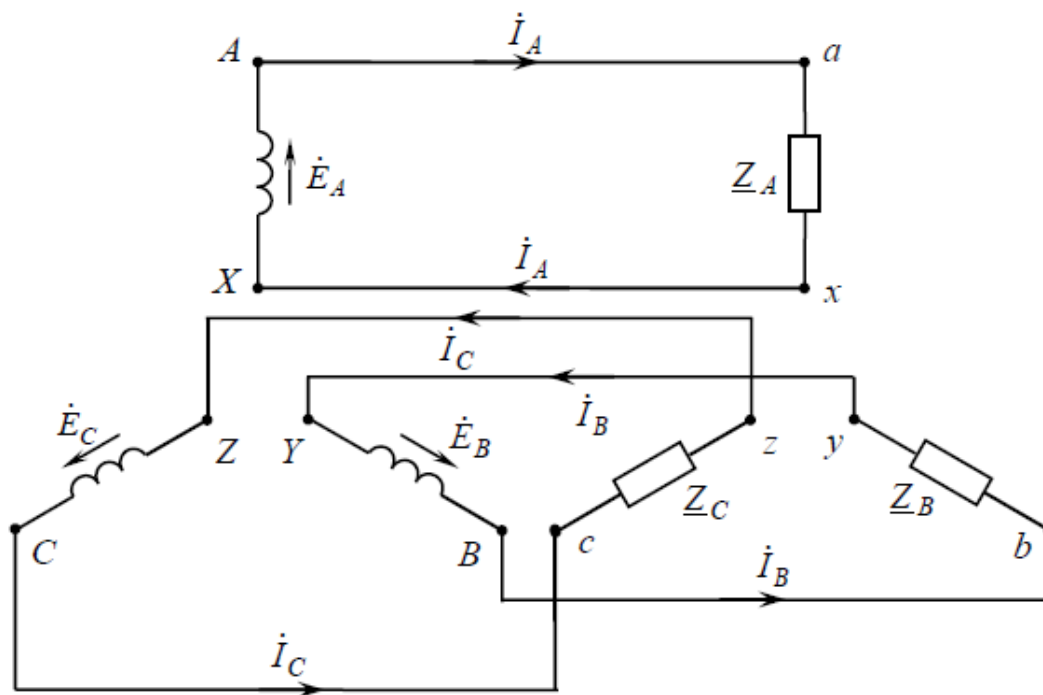


Рисунок 3.3 – Несвязанная трёхфазная система

Преимуществом несвязанной трехфазной системы является то, что фазы работают независимо друг от друга. Главный недостаток – большое количество проводов (3 прямых и 3 обратных).

В целях экономии соединительных проводов фазы генератора (нагрузки) обычно соединяют звездой или треугольником. При этом число соединительных проводов уменьшается до трех или четырех.

Соединение звездой.

Объединим три обратных провода в один общий (нулевой). Для этого концы трех фаз генератора (X, Y, Z) соединим в общую (нулевую) точку 0, а концы трех фаз потребителя (x, y, z) – в общую (нулевую) точку 0' (рисунок 3.4). Такая схема соединения называется «звезда – звезда с нулевым проводом».

В трехфазных цепях различают *фазные* и *линейные* величины напряжений и токов.

Провода, соединяющие генератор с нагрузкой, называются *линейными проводами*, а протекающие по ним токи – *линейными токами* ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$). Напряжения между линейными проводами называются *линейными напряжениями* ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ на источнике и $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ на нагрузке).

Каждую из трех обмоток генератора называют *фазой генератора*; каждую из трех нагрузок – *фазой нагрузки*. Протекающие по фазам токи называются *фазными токами* ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$), а напряжения на фазах – *фазными*

напряжениями ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ на генераторе и $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ на нагрузке).

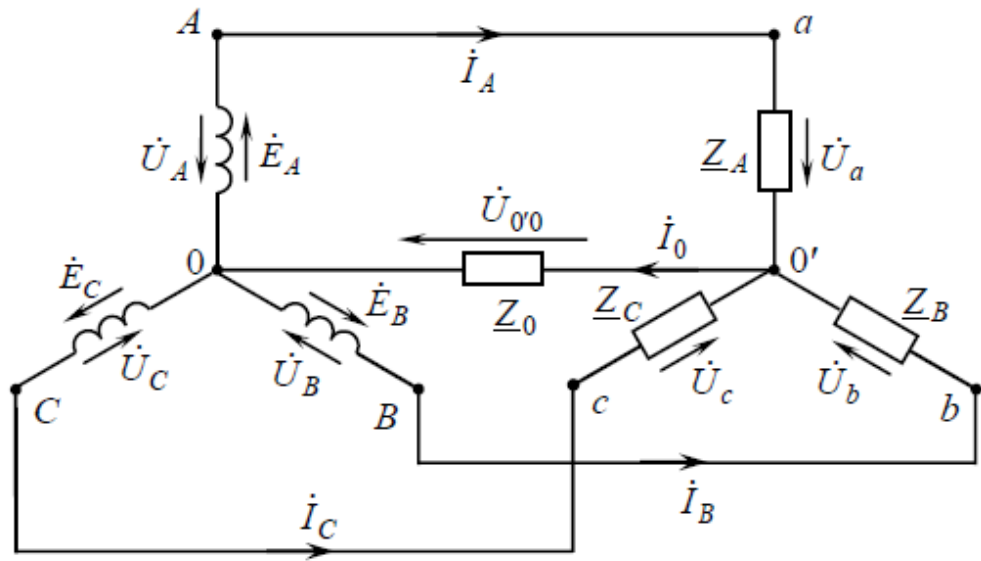


Рисунок 3.4 – Звезда с нулевым проводом

Напряжение между нулевыми точками источника и нагрузки называется напряжением смещения нейтрали $\dot{U}_{0'0}$.

Нулевым (нейтральным) проводом называют провод, соединяющий нулевые точки генератора (0) и нагрузки (0').

Ток нулевого провода \dot{I}_0 находится по первому закону Кирхгофа и равен сумме фазных токов (3.7):

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (3.7)$$

Из рисунка 3.4 следует, что при соединении звездой фазный ток равен соответствующему линейному току (3.8):

$$\dot{I}_\phi = \dot{I}_л. \quad (3.8)$$

Воспользуемся вторым законом Кирхгофа (рисунок 3.5) для нахождения линейных напряжений.

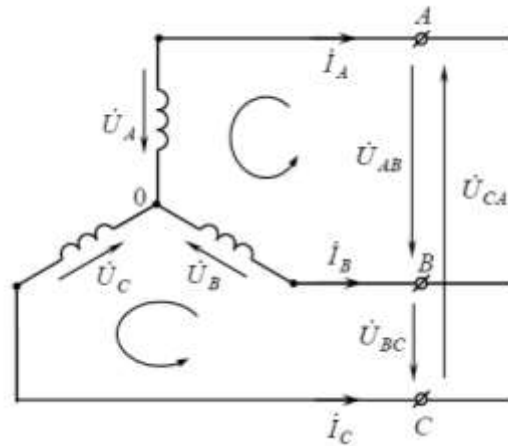


Рисунок 3.5 – Указания направлений вращения контурных токов

Выразим линейные напряжения \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} через фазные \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C . Для этого запишем уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров, образованных одним из линейных напряжений и двумя фазными напряжениями (рисунок 3.5), получив выражения (3.9):

$$\begin{aligned} \dot{U}_A - \dot{U}_{AB} - \dot{U}_B &= 0, \\ \dot{U}_B - \dot{U}_{BC} - \dot{U}_C &= 0, \\ \dot{U}_C - \dot{U}_{CA} - \dot{U}_A &= 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Из (3.9) следует (3.10):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B, \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C, \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{aligned} \quad (3.10)$$

При соединении звездой в общем случае линейное напряжение равно разности соответствующих фазных напряжений.

Аналитический расчет трехфазных цепей полезно сопровождать построением векторных диаграмм токов и напряжений. Векторные диаграммы облегчают нахождение углов между токами и напряжениями, делают все соотношения более наглядными.

Рассмотрим частный случай, когда фазные напряжения образуют симметричную систему (симметричный источник).

Построим векторную диаграмму фазных напряжений \dot{U}_A , \dot{U}_B и \dot{U}_C и по ним найдем соответствующие линейные напряжения.

Симметричная система фазных напряжений представляет собой три вектора одинаковой длины, сдвинутые по фазе на 120° друг относительно друга.

Построим векторы линейных напряжений как разности векторов соответствующих фазных напряжений. Например, к вектору \dot{U}_A прибавим вектор $(-\dot{U}_B)$, получим вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} , и так далее для остальных напряжений (рисунок 3.6).

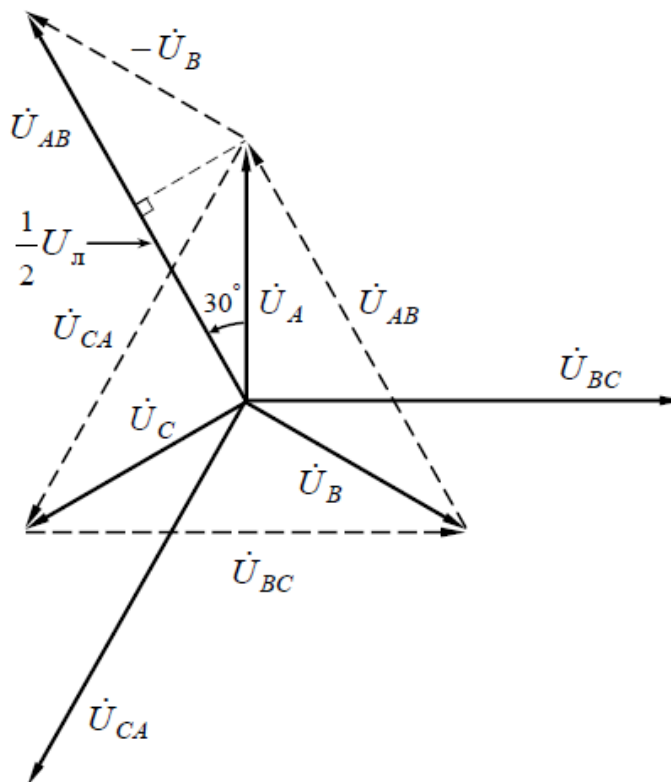


Рисунок 3.6 – Векторная диаграмма

Из диаграммы видно, что линейные напряжения также сдвинуты относительно друг друга на 120° (симметричная система) и опережают соответствующие фазные напряжения на угол 30° .

Найдем соотношение модулей U_λ и U_ϕ для симметричной системы (на примере \dot{U}_{AB} и \dot{U}_A). Для этого из вершины треугольника опустим перпендикуляр на сторону \dot{U}_{AB} (рисунок 3.6).

Тогда получим (3.11):

$$\frac{1}{2}U_{AB} = U_A \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}U_A \Rightarrow U_{AB} = \sqrt{3}U_A. \quad (3.11)$$

Таким образом, в симметричной системе линейное напряжение по модулю в $\sqrt{3}$ раз больше фазного, а по фазе опережает его на угол 30° , т.е. справедливы соотношения (3.12):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\dot{U}_A e^{j30^\circ}, \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\dot{U}_B e^{j30^\circ}, \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\dot{U}_C e^{j30^\circ}.\end{aligned}\quad (3.12)$$

Итак, при соединении звездой в симметричной системе линейные и фазные величины связаны следующими соотношениями (3.13):

$$\begin{aligned}\dot{U}_л &= \sqrt{3}\dot{U}_ф e^{j30^\circ}, \\ \dot{I}_л &= \dot{I}_ф.\end{aligned}\quad (3.13)$$

Достоинствами соединения звездой являются наличие нулевой точки и два различных напряжения (линейное и фазное), на которые можно подключить нагрузку. Кроме того, отсутствуют уравнительные токи в обмотках генератора при несимметричности его фазных ЭДС.

Трехфазная нагрузка называется *симметричной*, если комплексные сопротивления (проводимости) всех фаз равны (3.14):

$$Z_A = Z_B = Z_C \text{ или } Y_A = Y_B = Y_C. \quad (3.14)$$

Если источник и нагрузка симметричны (*симметричный режим трехфазной цепи*), то токи \dot{I}_A , \dot{I}_B и \dot{I}_C равны по величине и сдвинуты на 120° , т.е. также образуют симметричную систему.

Следовательно, ток в нулевом проводе, равный сумме фазных токов, в *симметричном режиме* равен (3.15):

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0. \quad (3.15)$$

В этом случае нулевой провод не влияет на режим работы цепи, и его можно убрать. Получим трехфазную систему, соединенную по схеме «звезда – звезда без нулевого провода». По этой схеме обычно соединяются потребители, представляющие собой симметричную нагрузку.

Соединение треугольником.

Если конец одной фазы источника (рисунок 3.7) или нагрузки (рисунок 3.8) соединим с началом другой (X – B, Y – C, Z – A), то получим соединение треугольником.

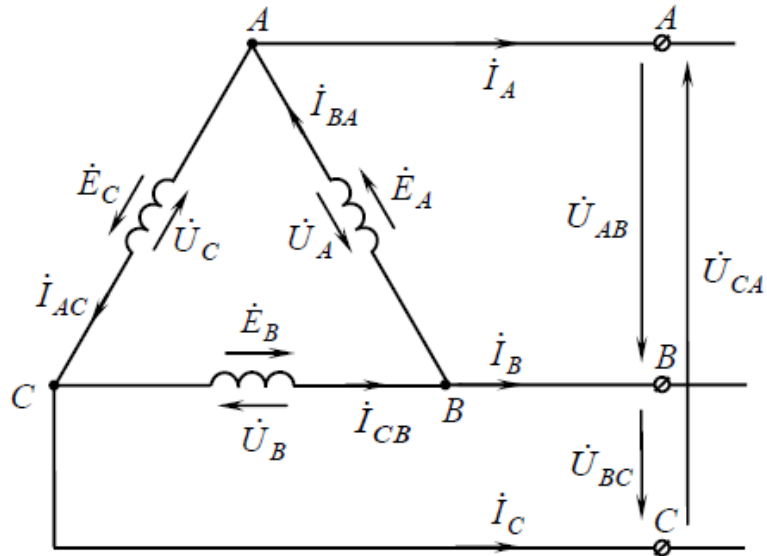


Рисунок 3.7 – Схема соединения треугольник

Из схемы, представленной на рисунке 3.7, следует, что выполняются равенства (3.16):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A, \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B, \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C.\end{aligned}\tag{3.16}$$

Таким образом, при соединении треугольником линейные напряжения равны соответствующим фазным напряжениям (3.17):

$$\dot{U}_л = \dot{U}_ф.\tag{3.17}$$

Выразим линейные токи через фазные. Для этого запишем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов A, B и C на основе схемы, Представленной на рисунке 3.7. Получим (3.18):

$$\begin{aligned}\dot{I}_{BA} - \dot{I}_A - \dot{I}_{AC} &= 0, \\ \dot{I}_{CB} - \dot{I}_B - \dot{I}_{BA} &= 0, \\ \dot{I}_{AC} - \dot{I}_C - \dot{I}_{CB} &= 0.\end{aligned}\tag{3.18}$$

Из (3.18) можно выразить линейные токи, получим (3.19):

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{BA} - \dot{I}_{AC}, \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{CB} - \dot{I}_{BA}, \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{CB}.\end{aligned}\tag{3.19}$$

Уравнения (3.19) свидетельствуют о том, что в общем случае при соединении треугольником линейный ток равен разности соответствующих фазных токов.

Рассмотрим частный случай симметричного режима (рисунок 3.8), когда соединенная треугольником нагрузка носит чисто активный характер ($\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = r$).

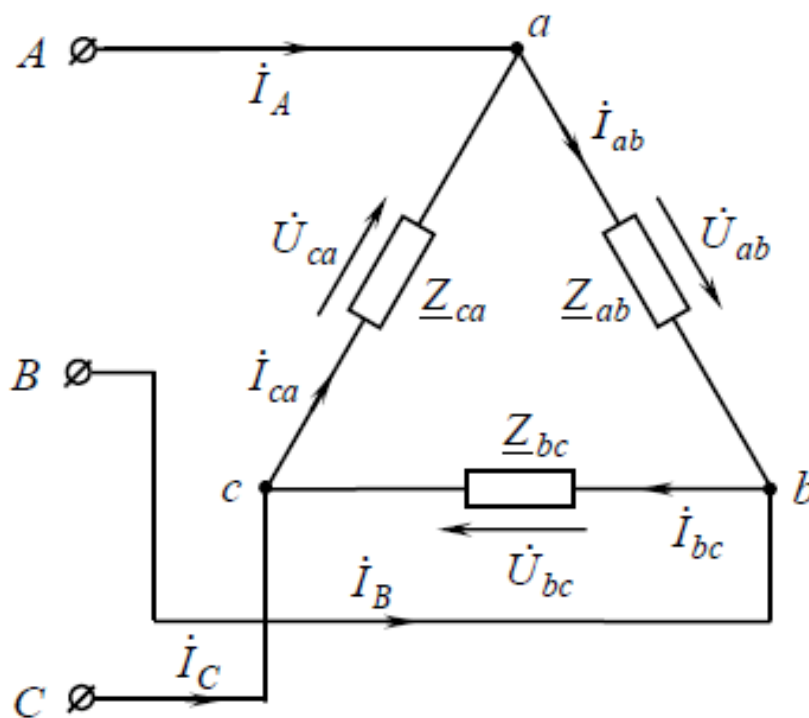


Рисунок 3.8 – Схема соединения треугольником при одинаковой активной нагрузке

В этом случае фазные токи в треугольнике совпадают по фазе с соответствующими фазными (линейными) напряжениями и образуют симметричную систему.

При этом для линейных токов соблюдаются равенства (3.20):

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Построим векторную диаграмму напряжений (рисунок 3.9, а) и векторную диаграмму токов (рисунок 3.9, б).

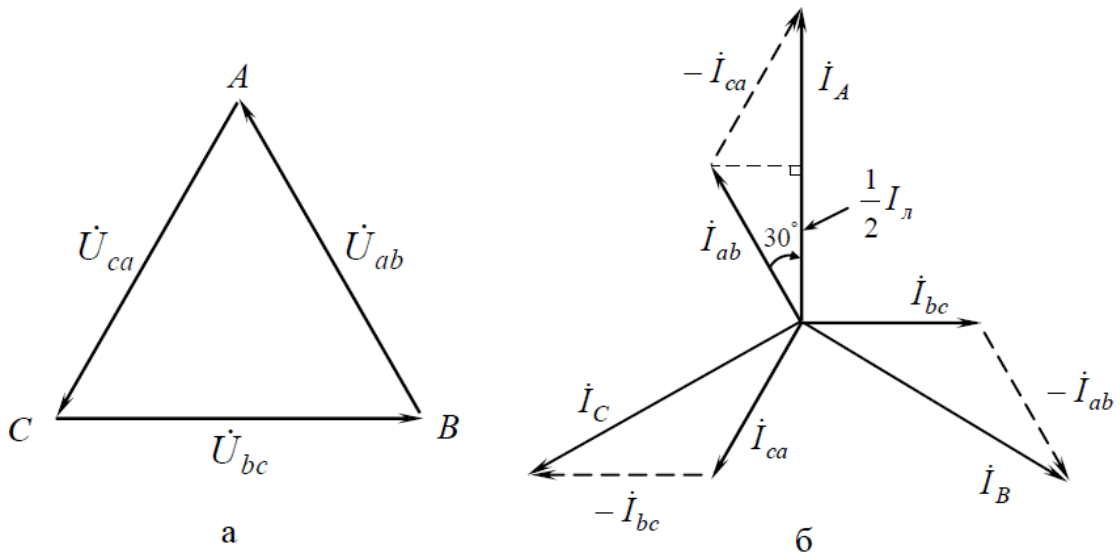


Рисунок 3.9 – Векторная диаграмма напряжений (а) и токов (б)

Из диаграммы токов видно, что линейный ток отстает от соответствующего фазного тока на угол 30° , при этом линейные токи сдвинуты друг относительно друга на 120° (образуют симметричную систему).

Найдем соотношение модулей I_l и I_ϕ для симметричной системы при соединении треугольником (на примере i_A и i_{ab}). Из вершины треугольника токов на векторной диаграмме (рисунок 3.9, б) опустим перпендикуляр на i_A , получим прямоугольный треугольник.

Из этого треугольника следует, что (3.21):

$$\frac{1}{2}I_A = I_{ab} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}I_{ab} \text{ или } I_A = \sqrt{3}I_{ab}. \quad (3.21)$$

Таким образом, при симметричной нагрузке линейный ток по модулю больше фазного в $\sqrt{3}$ раз.

Итак, при соединении треугольником в симметричном режиме линейные и соответствующие фазные величины связаны соотношениями (3.22):

$$\begin{aligned} \dot{U}_l &= \dot{U}_\phi, \\ \dot{I}_l &= \sqrt{3}\dot{I}_\phi e^{-j30^\circ}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Сумма линейных токов при соединении треугольником в любом режиме равна нулю (3.23):

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0. \quad (3.23)$$

Следует отметить, что при соединении треугольником обмоток *несимметричного* трехфазного генератора в режиме холостого хода получаем замкнутый контур, в котором действует отличная от нуля суммарная ЭДС (3.24):

$$e_A + e_B + e_C \neq 0. \quad (3.24)$$

Под действием суммарной ЭДС даже при отключенной нагрузке в обмотках генератора будут протекать уравнивающие токи.

Кроме этого, важным свойством соединения треугольником является следующее: если фазные ЭДС в обмотках, соединенных треугольником, симметричны и несинусоидальны (содержат высшие гармоники), то напряжения на зажимах обмоток не содержат гармоник, кратных трем.

Обычно стремятся соединить обмотки одной из сторон трансформатора в треугольник с целью погасить гармоники, кратные трем, внутри этой обмотки и не дать им выхода в остальную цепь.

Мощности трехфазной системы.

Активная мощность трехфазной системы есть сумма активных мощностей отдельных фаз и активной мощности в сопротивлении нулевого провода (3.25):

$$P = P_A + P_B + P_C + P_0 = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C + P_0. \quad (3.25)$$

Для измерения активной мощности трехфазной системы в общем случае (несимметричный режим и наличие нулевого провода) надо включить три ваттметра на фазный ток и фазное напряжение – по одному на каждую фазу.

В случае отсутствия нулевого провода или $\dot{I}_0 = 0$ измерение активной мощности может быть осуществлено по схеме двух ваттметров (рисунок 3.10). Алгебраическая сумма показаний ваттметров в этой схеме равна активной мощности всей трехфазной цепи.

В случае симметричного режима активные мощности всех фаз равны (3.26):

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi. \quad (3.26)$$

Следовательно, в симметричном режиме достаточно измерить (рассчитать) активную мощность одной фазы, а результат умножить на три.

В паспорте трехфазных потребителей обычно указываются линейные величины (U_ℓ и I_ℓ) как максимально допустимые, поэтому часто используют выражение мощности через линейные ток и напряжение (3.27):

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi = 3\frac{U_\ell}{\sqrt{3}} I_\ell \cos\varphi_\phi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \cos\varphi_\phi. \quad (3.27)$$

Аналогичным образом можно рассчитать реактивную Q и полную S мощности трехфазной цепи.

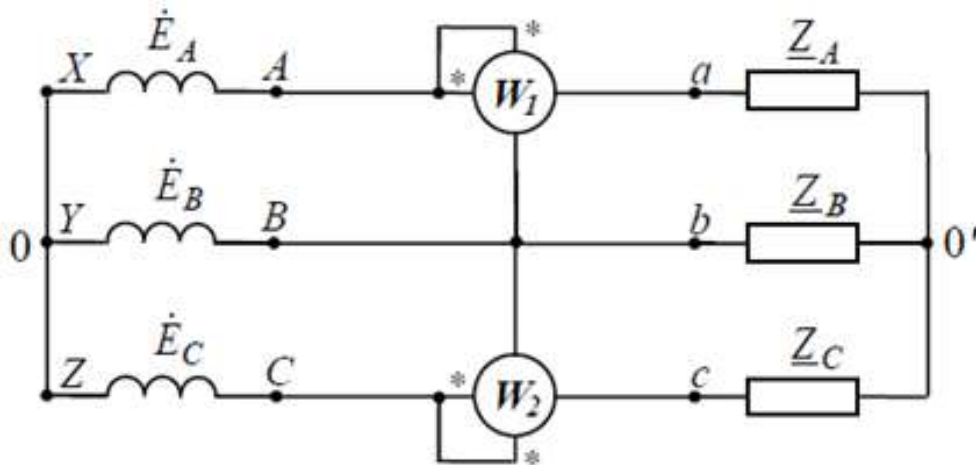


Рисунок 3.10 – Измерение активной мощности по схеме двух ваттметров

В общем случае выражение для реактивной мощности будет иметь вид (3.28):

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_0 = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C + Q_0. \quad (3.28)$$

В общем случае выражение для полной мощности будет иметь вид (3.29):

$$S = S_A + S_B + S_C + S_0 = U_A I_A + U_B I_B + U_C I_C + S_0. \quad (3.29)$$

Для случая симметричного режима реактивная мощность будет определяться выражением (3.30):

$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = \sqrt{3}U_\lambda I_\lambda \sin \varphi_\phi. \quad (3.30)$$

Для случая симметричного режима реактивная мощность будет определяться выражением (3.31):

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_\lambda I_\lambda. \quad (3.31)$$

Многофазные системы, мгновенное значение мощности в которых не зависит от времени, называются уравновешенными. Уравновешенность является весьма важным качеством многофазной системы.

Трехфазная система при симметричном режиме является уравновешенной и для неё справедливо выражение (3.32):

$$p = p_A + p_B + p_C = P = const. \quad (3.32)$$

Например, момент на валу трехфазного генератора при этом остается постоянным, а не пульсирует с двойной частотой, как это имеет место в однофазном генераторе.

Вращающееся магнитное поле.

Вращающееся магнитное поле лежит в основе принципа действия трехфазных машин переменного тока (генераторов, двигателей).

Пусть по обмотке статора протекает трехфазный симметричный синусоидальный ток.

Положим, что ток i и магнитный ток Φ совпадают по фазе. Графики изменения мгновенных значений потоков трехфазного генератора показаны на рисунке 3.11.

Условимся положительный магнитный поток изображать вектором, направленным от центра диаграммы, а отрицательный - к ее центру.

Рассмотрим три момента времени t_1, t_2 и t_3 , сдвинутые на $\frac{1}{3}$ периода T , т.е. на $\frac{1}{3}$ оборота вала ротора (120°). В момент времени t_1 магнитный поток фазы Φ_A максимальный и положительный, а два других потока отрицательные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

В момент времени t_2 магнитный поток фазы Φ_C максимальный и отрицательный, а два других потока положительные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

В момент времени t_3 магнитный поток фазы Φ_B максимальный и отрицательный, а два других потока положительные и равны $0,5\Phi_m$ каждый.

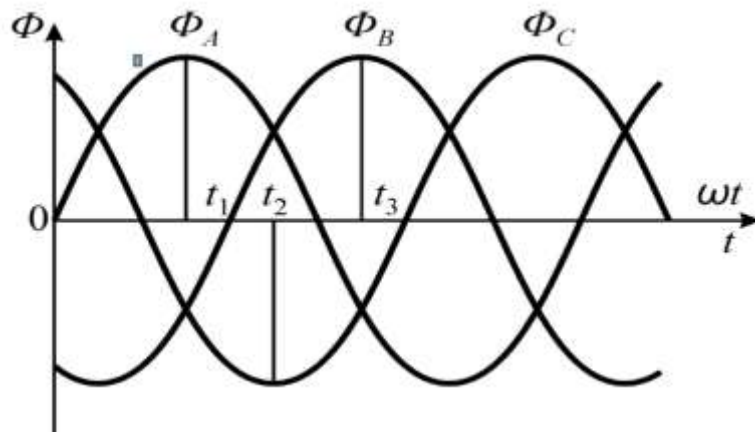


Рисунок 3.11 – Графики изменения мгновенных значений потоков трехфазного генератора

В статоре электрической машины в любой момент времени существует сумма этих трех магнитных потоков. Тогда для рассматриваемых моментов времени имеем следующие пространственные диаграммы потоков (рисунок 3.12).

Из диаграмм видно, что суммарный рабочий поток Φ остается постоянным по величине. Он в 1,5 раза больше максимального потока фазы и меняется по направлению, т.е. является вращающимся потоком.

Причем, за время $t = \frac{1}{3}T$ (от t_1 до t_3) магнитный поток поворачивается на угол 120° ($\frac{1}{3}$ оборота). Следовательно, за период T магнитное поле сделает один оборот.

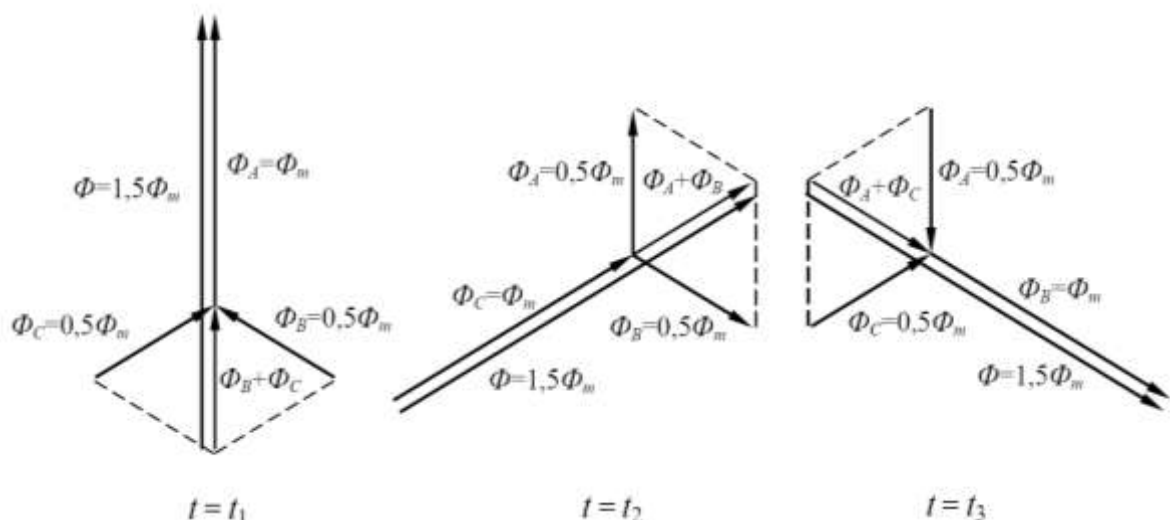


Рисунок 3.12 – Пространственные диаграммы потоков

Число периодов в секунду есть частота, следовательно, скорость вращения магнитного поля будет равна (3.33):

$$n = \frac{60f}{p}. \quad (3.33)$$

Направление вращения магнитного поля определяется порядком следования фаз (А,В,С). При этом магнитное поле будет вращаться в обратную сторону. Это обстоятельство используется для реверсирования асинхронного двигателя.

Если обмотку статора выполнить многополюсной, т.е. вместо трех обмоток взять шесть и сдвинуть их на 60° , то поле будет вращаться в два раза медленнее.

Таким образом, меняя число пар полюсов p , получим различные скорости вращения поля статора (таблица 3.1).

Это шкала синхронных скоростей. Ротор асинхронного двигателя вращается с некоторым отставанием от поля статора. Это отставание характеризуется скольжением двигателя.

Таблица 3.1 – Зависимость скорости вращения от пар полюсов

p	1	2	3	4	5	6
n , об/мин	3000	1500	1000	750	600	500

Например, при $p = 2$ скорость ротора будет приблизительно 1450 об/мин, причем с увеличением тормозного момента (нагрузки) эта скорость будет незначительно уменьшаться.

3.2. Способы расчёта трёхфазных цепей

Трёхфазные цепи являются разновидностью сложных цепей синусоидального тока, и потому расчет и исследование процессов в них производятся теми же методами и приемами. При этом рекомендуется сопровождать расчет построением векторных диаграмм.

Соединение «звезда-звезда».

Соединение по схеме «звезда – звезда» (рисунок 3.4) можно рассматривать как сложную цепь с двумя узлами, поэтому при расчете

целесообразно воспользоваться методом узловых потенциалов (методом двух узлов).

Напряжение между точками $0'$ и 0 (напряжение смещения нейтрали) определяется из выражения (3.34):

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_0}. \quad (3.34)$$

Комплексные проводимости фаз нагрузки и нулевого провода равны (3.35):

$$\begin{aligned} \dot{Y}_A &= \frac{1}{\dot{Z}_A}, \\ \dot{Y}_B &= \frac{1}{\dot{Z}_B}, \\ \dot{Y}_C &= \frac{1}{\dot{Z}_C}, \\ \dot{Y}_0 &= \frac{1}{\dot{Z}_0}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Дальнейший расчет зависит от того, какой режим имеет место в цепи – симметричный или несимметричный.

Расчет трехфазной цепи при симметричном режиме.

Симметричный режим работы трехфазной цепи существует при условии симметричности источника и нагрузки. Симметричность нагрузки проявляется при равенстве сопротивлений всех фаз $\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C = \dot{Z}$.

Тогда по методу узловых потенциалов имеем, что проводимости равны и для симметричной системы выполняется равенство (3.36):

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0. \quad (3.36)$$

При симметричном режиме напряжение смещения нейтрали справедливо выражение (3.37):

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{Y} \cdot (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{3\dot{Y} + \dot{Y}_0} = 0. \quad (3.37)$$

Это означает, что точки 0 и $0'$ находятся под одним потенциалом, т.е. их можно мысленно объединить в одну точку без изменения режима работы цепи. Наличие или отсутствие нулевого провода в этом случае значения не имеет. Тогда исходную схему можно представить в виде трех обособленных контуров, имеющих контакт в одной общей точке 0 ($0'$) (рисунок 3.13).

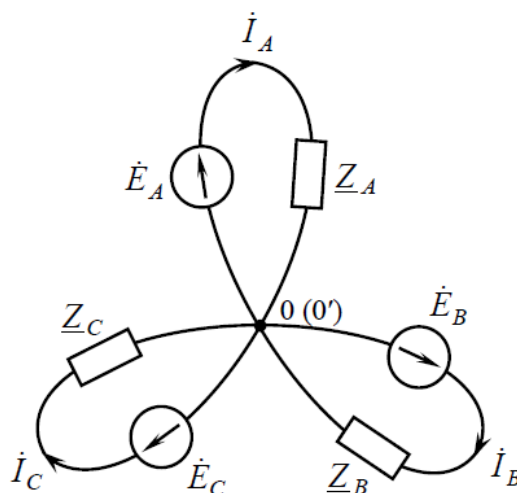


Рисунок 3.13 – Схематичное представление симметричной системы «звезда» - «звезда»

В этих контурах токи существуют независимо друг от друга, и, следовательно, каждую фазу можно рассчитывать отдельно. Так как режим симметричный, достаточно рассчитать все токи и напряжения только в одной фазе (расчет на одну фазу), а соответствующие величины двух других фаз определить путем умножения их на e^{-j120° и e^{-j240° .

В симметричном режиме векторную диаграмму можно построить для величин одной фазы, а для двух остальных все векторы повернуть соответственно на 120° и 240° .

Аналогично рисунку 3.13 может быть представлена трехфазная цепь и при несимметричном режиме, но только в частном случае, когда сопротивление нулевого провода равно нулю ($Z_0 = 0$). Тогда токи и напряжения рассчитываются в каждой фазе отдельно.

Расчет трехфазной цепи при несимметричном режиме.

Несимметричной нагрузкой называется такая нагрузка, когда комплексы сопротивлений (проводимостей) фаз не равны.

Следовательно, в несимметричном режиме в общем случае напряжение смещения нейтрали определяется выражением (3.38):

$$\dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_0} \neq 0. \quad (3.38)$$

Соответственно, между нулевыми точками генератора и потребителя существует напряжение.

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров схемы (рисунок 3.4). С учётом выражения (3.38) получим выражения (3.39):

$$\begin{aligned} \dot{E}_A &= \dot{U}_a + \dot{U}_{0'0}, \\ \dot{E}_B &= \dot{U}_b + \dot{U}_{0'0}, \\ \dot{E}_C &= \dot{U}_c + \dot{U}_{0'0}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Найдем фазные напряжения $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ на эквивалентных сопротивлениях приемника (3.40):

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{I}_A \dot{Z}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0}, \\ \dot{U}_b &= \dot{I}_B \dot{Z}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0}, \\ \dot{U}_c &= \dot{I}_C \dot{Z}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Зная эти напряжения, найдем линейные (фазные) токи эквивалентной звезды (3.41):

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_A} = \dot{U}_a \dot{Y}_A, \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_B} = \dot{U}_b \dot{Y}_B, \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_C} = \dot{U}_c \dot{Y}_C. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Ток в нулевом проводе по первому закону Кирхгофа равен сумме фазных токов (3.42):

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (3.42)$$

Из рассмотренного выше ясно, что наличие напряжения смещения

нейтрали приводит к перекосу напряжений на фазах потребителя, что недопустимо.

Введение нулевого провода с сопротивлением уменьшает напряжение смещения нейтрали и уменьшает «перекос» фазных напряжений потребителя. В предельном случае при напряжении смещения нейтрали отсутствует и фазные напряжения симметричны.

Таким образом, нулевой провод служит для выравнивания фазных напряжений несимметричного приемника (бытовая нагрузка, осветительная нагрузка и т.д.).

Соединение «звезда-треугольник».

При соединении «звезда-треугольник» в общем случае (наличие сопротивлений $\dot{Z}_л$ линейных проводах) можно воспользоваться преобразованием треугольника нагрузки в эквивалентное соединение звездой на основании выражений (3.43):

$$\begin{aligned}\dot{Z}'_A &= \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}, \\ \dot{Z}'_B &= \frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}, \\ \dot{Z}'_C &= \frac{\dot{Z}_{ca}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}.\end{aligned}\tag{3.43}$$

В результате нагрузка будет представлена эквивалентными сопротивлениями фаз \dot{Z}'_A , \dot{Z}'_B и \dot{Z}'_C (рисунок 3.14), в которые войдут и сопротивления линейных проводов (3.44):

$$\begin{aligned}\dot{Z}'_A &= \dot{Z}_A + \dot{Z}_л, \\ \dot{Z}'_B &= \dot{Z}_B + \dot{Z}_л, \\ \dot{Z}'_C &= \dot{Z}_C + \dot{Z}_л.\end{aligned}\tag{3.44}$$

Таким образом, трехфазная цепь приводится к соединению «звезда – звезда без нулевого провода» и дальнейший расчет проводится по представленной выше методике.

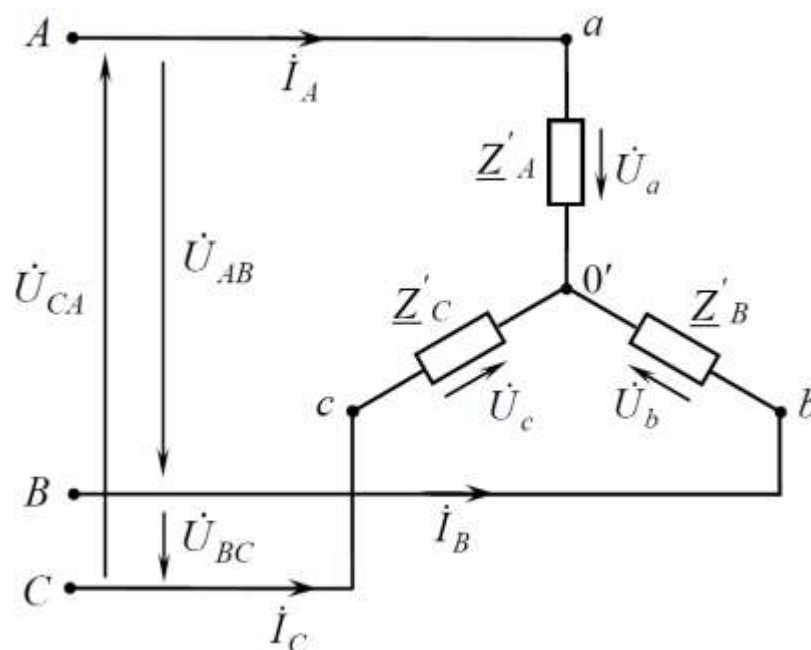


Рисунок 3.14 – Схема приведённого соединения звезда без нейтрального провода

Затем, возвращаясь к исходной схеме с треугольником, с помощью законов Ома и Кирхгофа находим токи и напряжения в ветвях.

В частном случае, когда сопротивления в линейных проводах отсутствуют ($\dot{Z}_l = 0$) или ими можно пренебречь, фазные (они же линейные) напряжения на треугольнике нагрузки (рисунок 3.8) равны соответствующим линейным напряжениям генератора (3.45):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB}, \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC}, \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_{CA}.\end{aligned}\tag{3.45}$$

По известным фазным напряжениям \dot{U}_{ab} , \dot{U}_{bc} , \dot{U}_{ca} , на треугольнике с помощью закона Ома находятся фазные токи нагрузки (3.46):

$$\begin{aligned}\dot{i}_{ab} &= \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}}, \\ \dot{i}_{bc} &= \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_{bc}},\end{aligned}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\dot{Z}_{ca}}. \quad (3.46)$$

При известных фазных токах токи в линейных проводах можно найти по первому закону Кирхгофа (3.47):

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Таким образом проводится расчёт схемы треугольник.

Несколько потребителей с различными схемами соединения.

Часто к одному трехфазному генератору подключаются несколько трехфазных потребителей с различными схемами соединения фаз (рисунок 3.15).

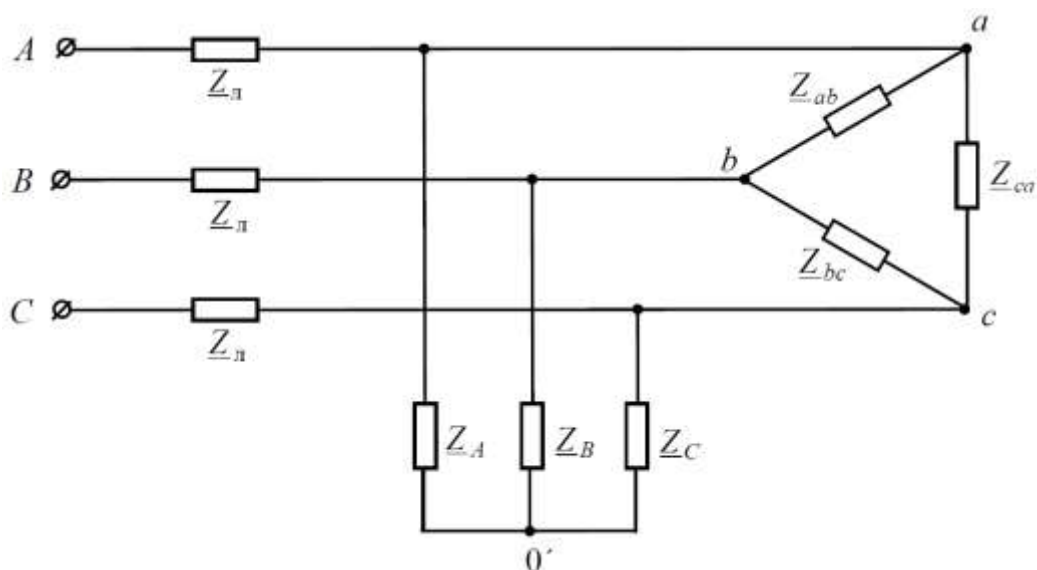


Рисунок 3.15 – Подключение к одному источнику «треугольника» и «звезды»

В этом случае при расчете цепи соединение звездой преобразуем в эквивалентное соединение треугольником и получаем цепь с двумя потребителями, соединенными треугольником (рисунок 3.16).

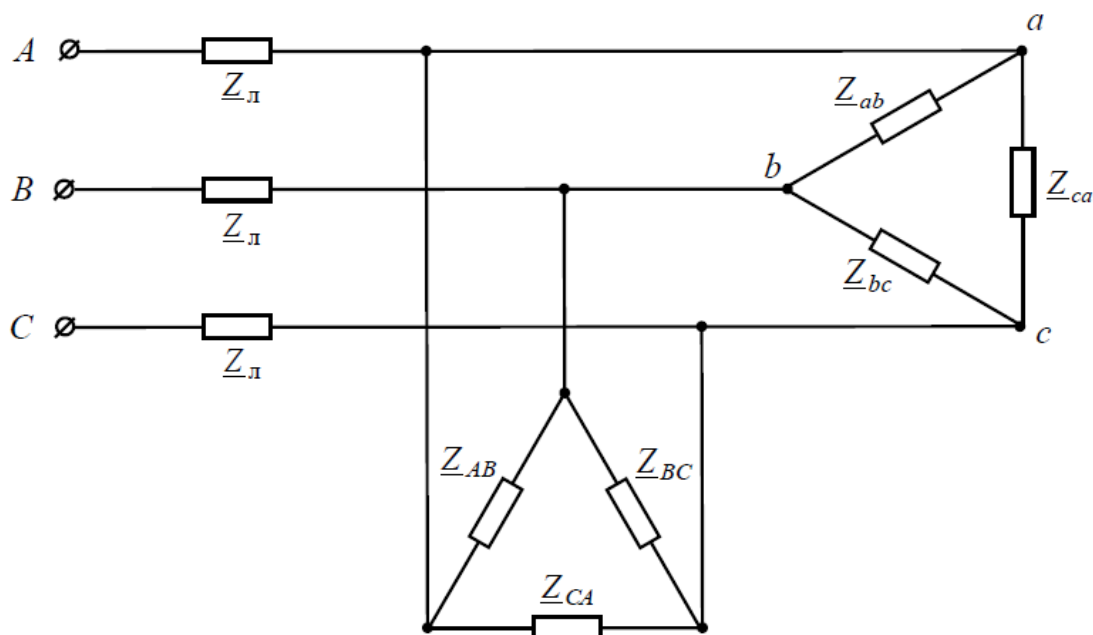


Рисунок 3.16 – Преобразование схемы с двумя потребителями в виде «треугольника»

Одноименные фазы этих треугольников подключены на одно и то же напряжение, т.е. соединены параллельно. После преобразований получаем один эквивалентный треугольник нагрузки с сопротивлениями фаз (3.48):

$$\begin{aligned} \dot{Z}'_{ab} &= \frac{\dot{Z}_{ab} \cdot \dot{Z}_{AB}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{AB}}, \\ \dot{Z}'_{bc} &= \frac{\dot{Z}_{bc} \cdot \dot{Z}_{BC}}{\dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{BC}}, \\ \dot{Z}'_{ca} &= \frac{\dot{Z}_{ca} \cdot \dot{Z}_{CA}}{\dot{Z}_{ca} + \dot{Z}_{CA}}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Дальнейший расчет проводим в соответствии с изложенным в пункте соединении «звезда-треугольник».

Затем, возвращаясь к исходной схеме, с помощью законов Ома и Кирхгофа находим токи и напряжения в ветвях схемы с несколькими потребителями.

Аварийные режимы работы трехфазной цепи

Пусть дана цепь, соединенная по схеме «звезда-звезда без нулевого провода» (рисунок 3.17).

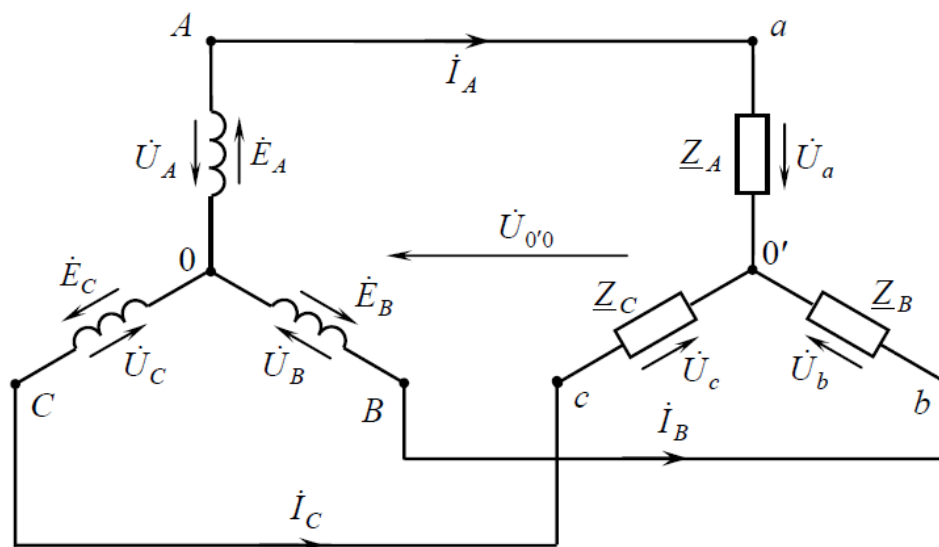


Рисунок 3.17 – Схема соединения «звезда – звезда без нулевого провода»

Рассмотрим некоторые аварийные режимы работы такой цепи при симметричной нагрузке.

Перевернутая фаза генератора.

Например, перепутаны начало и конец фазы $AХ$: клемма A ошибочно соединена с нулевой точкой 0 ($-\dot{E}_A$).

Напряжение смещения нейтрали в этом случае будет определяться выражением (3.49):

$$\dot{U}'_{0'0} = \frac{-\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \frac{\dot{Y}(-\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{3\dot{Y}} = \frac{-\dot{E}_A + (-\dot{E}_A)}{3} = \frac{2}{3} \dot{E}_A. \quad (3.49)$$

Напряжение на нагрузке перевернутой фазы «А» (3.50):

$$\dot{U}_a = -\dot{E}_A - \left(-\frac{2}{3} \dot{E}_A\right) = -\frac{1}{3} \dot{E}_A. \quad (3.50)$$

Напряжения на фазах «В» и «С» будут (3.51):

$$\dot{U}_b = \dot{E}_B - \left(-\frac{2}{3} \dot{E}_A\right) = (-0,5 - j0,866) \dot{E}_A - (-0,667 \dot{E}_A) = (0,167 - j0,866) \dot{E}_A,$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_c - \left(-\frac{2}{3}\dot{E}_A\right) = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - 0,667\dot{E}_A = (0,167 + j0,866)\dot{E}_A. \quad (3.51)$$

Линейные напряжения определяются выражениями (3.52)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_a - \dot{U}_b, \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_b - \dot{U}_c, \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Обрыв одной из фаз нагрузки.

Например, оборвана фаза «А», тогда справедливы выражения (3.53):

$$\begin{aligned} \dot{Z}_A &= \infty, \\ \dot{Y}_A &= \frac{1}{\dot{Z}_A} = 0. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Напряжение смещения нейтрали (3.54):

$$\dot{U}_{00} = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \frac{\dot{Y}(\dot{E}_B + \dot{E}_C)}{2\dot{Y}} = \frac{-\dot{E}_A}{2} = -0,5\dot{E}_A. \quad (3.54)$$

Напряжение на оборванной фазе приемника (3.55):

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{00} = \dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = 1,5\dot{E}_A. \quad (3.55)$$

Из выражения (3.46) следует, что напряжение на фазе «А» в 1,5 раза больше, чем в нормальном режиме.

Напряжения на фазах «В» и «С» будут (3.56):

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \dot{E}_B - \dot{U}_{00} = (-0,5 - j0,866)\dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = -j0,866\dot{E}_A, \\ \dot{U}_c &= \dot{E}_C - \dot{U}_{00} = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - (-0,5\dot{E}_A) = j0,866\dot{E}_A. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Включение нулевого провода с сопротивлением приводит к тому, что напряжение смещения нейтрали становится равным нулю, следовательно, напряжение на фазах приемника будут симметричными и, если пренебречь сопротивлениями линейных проводов, равными фазным ЭДС генератора.

Линейные напряжения определяются выражениями (3.57):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_a - \dot{U}_b = (1,5 + j0,866)\dot{E}_A, \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_b - \dot{U}_c = -j1,732\dot{E}_A, \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a = (-1,5 + j0,866)\dot{E}_A.\end{aligned}\quad (3.57)$$

Короткое замыкание одной из фаз нагрузки.

Например, закорочена фаза «А», тогда справедливы выражения (3.58):

$$\begin{aligned}\dot{Z}_A &= 0, \\ \dot{Y}_A &= \frac{1}{\dot{Z}_A} = \infty.\end{aligned}\quad (3.58)$$

Напряжение смещения нейтрали определяется выражением (3.59):

$$\dot{U}_{00} = \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \dot{E}_A.\quad (3.59)$$

Напряжение на закороченной фазе приемника (3.60):

$$\dot{U}_{00} = \dot{E}_a - \dot{U}_{00} = \dot{E}_a - \dot{E}_a = 0.\quad (3.60)$$

Напряжения на фазах В и С нагрузки (3.61):

$$\begin{aligned}\dot{U}_b &= \dot{E}_B - \dot{U}_{00} = (-0,5 - j0,866)\dot{E}_A - \dot{E}_A = (-1,5 - j0,866)\dot{E}_A, \\ \dot{U}_c &= \dot{E}_C - \dot{U}_{00} = (-0,5 + j0,866)\dot{E}_A - \dot{E}_A = (-1,5 + j0,866)\dot{E}_A.\end{aligned}\quad (3.61)$$

Линейные напряжения определяются выражением (3.62):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_a - \dot{U}_b = (1,5 + j0,866) \cdot \dot{E}_A, \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_b - \dot{U}_c = -j1,732 \dot{E}_A, \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a = (-1,5 + j0,866) \cdot \dot{E}_A.\end{aligned}\tag{3.62}$$

На основании рассмотренных способов решения разберём примеры задач.

3.3 Задачи на тему «Трёхфазные цепи переменного тока»

Задача 1. Рассчитать схему электроснабжения трехфазного потребителя, состоящую из симметричного источника питания с линейным напряжением $U_{л}=380\text{В}$ и трех однофазных потребителей с сопротивлениями $r_A=10\text{ Ом}$, $r_B=2\text{ Ом}$ и $r_C=2,5\text{ Ом}$ (рисунок 3.18).

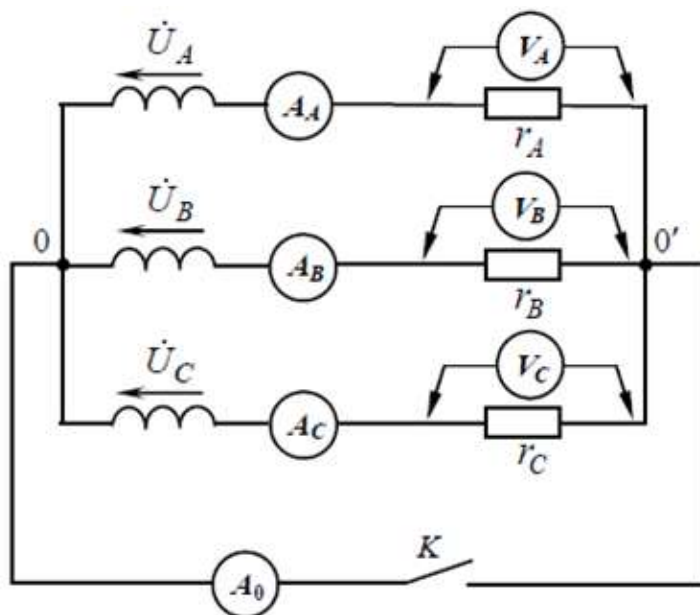


Рисунок 3.18 – Схема электроснабжения трехфазного потребителя для задачи 1

Определить линейные токи, напряжения на фазах потребителя, напряжение смещения нейтрали, ток нулевого провода, показания всех приборов, а также активные мощности отдельных фаз и всей системы для двух режимов:

- нулевой провод отключен;
- нулевой провод включен.

Решение

I. Нулевой провод отключен (ключ К разомкнут).

1. Определяем проводимости фаз нагрузки:

$$Y_A = \frac{1}{r_A} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См},$$

$$Y_B = \frac{1}{r_B} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ См},$$

$$Y_C = \frac{1}{r_C} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ См}.$$

2. Определяем напряжение смещения нейтрали.

Так как источник симметричный, при соединении его обмоток звездой фазное напряжение в $\sqrt{3}$ раз меньше линейного по величине, т.е.

$$U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}, \text{ а по фазе фазные напряжения источника сдвинуты}$$

друг относительно друга на угол 120° .

С учетом того, что фазные ЭДС источника равны его фазным напряжениям, а также условно принимая начальную фазу напряжения на фазе А источника равной нулю, находим напряжение смещения нейтрали:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{00} &= \frac{\dot{U}_A \cdot Y_A + \dot{U}_B \cdot Y_B + \dot{U}_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{220 \cdot 0,1 + 220e^{-j120^\circ} \cdot 0,5 + 220e^{j120^\circ} \cdot 0,4}{0,1 + 0,5 + 0,4} \\ &= \frac{220 \cdot 0,1 + 220 \cdot (-0,5 - j0,866) \cdot 0,5 + 220 \cdot (-0,5 + j0,866) \cdot 0,4}{0,1 + 0,5 + 0,4} = \\ &= \frac{22 + (-110 - j190,5) \cdot 0,5 + (-110 + j190,5) \cdot 0,4}{1} = -77 - j19,1 \text{ В}. \end{aligned}$$

3. Напряжения на фазах приемника находим по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{00} = 220 - (-77 - j19,1) = 297 + j19,1 \text{ В},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{00} = 220 \cdot (-0,5 - j0,866) + 77 + j19,1 = -33 - j171,4 \text{ В},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{00} = 220 \cdot (-0,5 + j0,866) + 77 + j19,1 = -33 + j209,6 \text{ В}.$$

4. Определяем показания вольтметров.

Вольтметры включены на фазные напряжения нагрузки, действующие значения которых равны:

$$U_1 = U'_A = \sqrt{297^2 + 19,1^2} = \sqrt{88209 + 364,81} = \sqrt{88573,81} = 297,6 \text{ В},$$

$$U_2 = U'_B = \sqrt{33^2 + 171,4^2} = \sqrt{1089 + 29377,96} = \sqrt{30466,96} = 174,55 \text{ В},$$

$$U_3 = U'_C = \sqrt{33^2 + 209,6^2} = \sqrt{1089 + 43932,16} = \sqrt{45021,16} = 212,2 \text{ В}.$$

5. Определяем показания амперметров.

Действующие значения токов в фазах потребителя (и в линейных проводах) по закону Ома соответственно равны:

$$I_A = U_1 Y_A = 297,6 \cdot 0,1 = 29,76 \text{ A},$$

$$I_B = U_2 Y_B = 174,55 \cdot 0,5 = 87,28 \text{ A},$$

$$I_C = U_3 Y_C = 212,2 \cdot 0,4 = 84,88 \text{ A}.$$

6. Комплексы линейных (фазных) токов равны:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A Y_A = (297 + j19,1) \cdot 0,1 = 29,7 + j1,91 \text{ A},$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}'_B Y_B = (-33 + j171,4) \cdot 0,5 = -16,5 - j85,7 \text{ A},$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}'_C Y_C = (-33 + j209,6) \cdot 0,4 = -13,2 + j83,84 \text{ A}.$$

7. Активные мощности фаз нагрузки:

$$P_A = I_A^2 R_A = 29,76^2 \cdot 10 = 8820,9 \text{ Вт},$$

$$P_B = I_B^2 R_B = 87,28^2 \cdot 2 = 15235,59 \text{ Вт},$$

$$P_C = I_C^2 R_C = 84,88^2 \cdot 2,5 = 18011,54 \text{ Вт}.$$

Активная мощность всей цепи равна сумме активных мощностей отдельных фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C = 42068,03 \text{ Вт}.$$

II Нулевой провод включен (ключ К замкнут).

При включенном нулевом проводе с сопротивлением, равным нулю, потенциалы нулевых точек источника и нагрузки равны и напряжение смещения нейтрали равно нулю ($\dot{U}'_{00} = 0$).

Следовательно, в этом режиме напряжения на фазах потребителя равны фазным напряжениям генератора, т.е.

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A = 220 \text{ В},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

1. Комплексы токов в фазах:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \cdot \dot{Y}_A = 220 \cdot 0,1 = 22 \text{ А},$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}'_B \cdot \dot{Y}_B = 220 \cdot (-0,5 - j0,866) \cdot 0,5 = (-110 - j190,5) \cdot 0,5 = -55 - j95,25 \text{ А},$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}'_C \cdot \dot{Y}_C = 220 \cdot (-0,5 + j0,866) \cdot 0,4 = (-110 + j190,5) \cdot 0,4 = -44 + j76,2 \text{ А}.$$

2. Действующие значение токов в фазах и в линейных проводах (показания амперметров в линейных проводах):

$$I_A = U_A \cdot Y_A = 220 \cdot 0,1 = 22 \text{ А},$$

$$I_B = U_B \cdot Y_B = 220 \cdot 0,5 = 110 \text{ А},$$

$$I_C = U_C \cdot Y_C = 220 \cdot 0,4 = 88 \text{ А}.$$

3. Ток нулевого провода равен сумме фазных токов:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 22 - 55 - j95,25 - 44 + j76,2 = -77 - j19,05.$$

Действующее значение этого тока (показание амперметра в нулевом проводе)

$$I_0 = \sqrt{77^2 + 19.05^2} = \sqrt{5929 + 362.9} = \sqrt{6291.9} = 79.3 \text{ A.}$$

4. Активные мощности фазы нагрузки:

$$P_A = I_A^2 R_A = 22^2 \cdot 10 = 4840 \text{ Вт},$$

$$P_B = I_B^2 R_B = 110^2 \cdot 2 = 24200 \text{ Вт},$$

$$P_C = I_C^2 R_C = 88^2 \cdot 2.5 = 19360 \text{ Вт}.$$

Активная мощность всей цепи:

$$P = P_A + P_B + P_C = 48400 \text{ Вт}.$$

5. Строим векторные диаграммы напряжений и токов для режимов без нулевого провода (рисунок 3.19, а) и с нулевым проводом (рисунок 3.19, б)

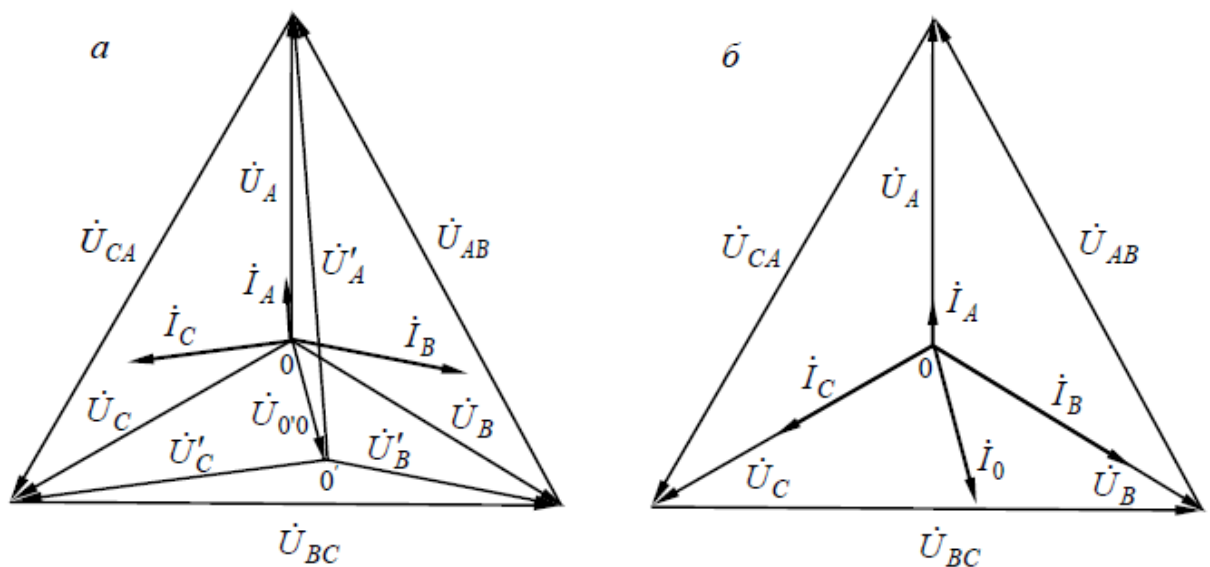


Рисунок 3.19 – Векторные диаграммы напряжений и токов для режимов без нулевого провода (а) и с нулевым проводом (б)

Задача 2.1. Рассчитать схему электроснабжения трёхфазного потребителя, состоящую из симметричного источника питания с линейным напряжением и трёх однофазных потребителей с сопротивлением Z' , соединённых с источником посредством линии передачи с сопротивлением R_n (рисунок 3.20).

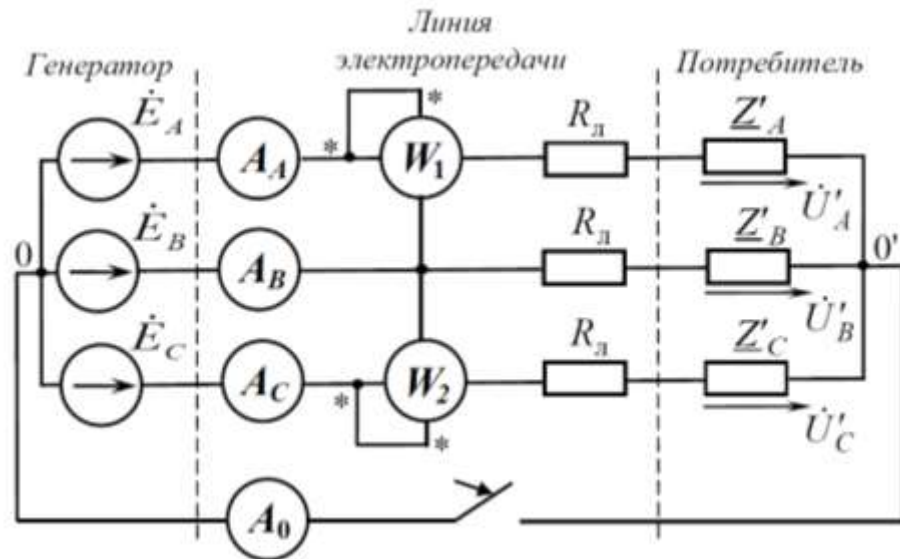


Рисунок 3.20 – Схема электроснабжения трёхфазного потребителя для задачи 2

Определить линейные токи, напряжения на фазах потребителя \dot{U}'_A , \dot{U}'_B , \dot{U}'_C , ток в нулевом проводе и мощности отдельных фаз и всей системы в трех режимах:

- а) симметричная нагрузка, сопротивления всех трех фаз потребителя чисто индуктивные;
 - б) несимметричная нагрузка без нулевого провода;
 - в) несимметричная нагрузка с нулевым проводом.
- Для всех трех режимов построить векторные диаграммы.

Решение

I. Расчёт симметричного режима.

Дано: линейное напряжение источника $U_\Delta = 173 \text{ В}$, сопротивление линии $R_\Delta = 10 \text{ Ом}$, нагрузки $\dot{Z}'_A = \dot{Z}'_B = \dot{Z}'_C = j20 \text{ Ом}$.

Расчет симметричного режима выполняется для одной фазы – например, фазы A (рисунок 3.21).

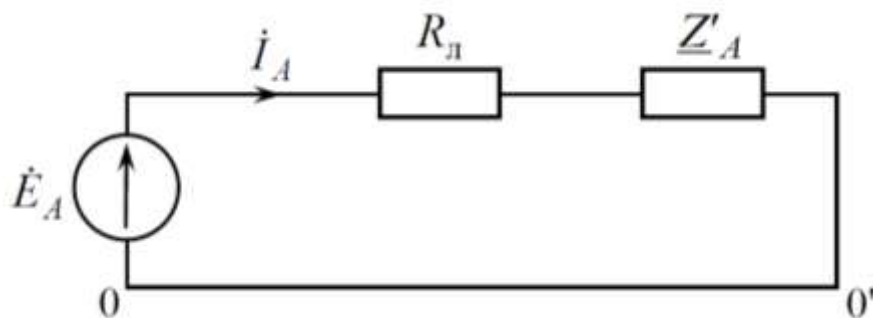


Рисунок 3.21 – Схема фазы A для симметричного режима

1. Напряжение фазы A генератора (его начальную фазу условно полагаем равной нулю):

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A = U_A = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{173}{1,73} = 100 \text{ В}.$$

2. Комплексное сопротивление фазы:

$$\dot{Z}_A = R_{\text{л}} + \dot{Z}'_A = 10 + j20 = \sqrt{10^2 + 20^2} e^{j \arctg \frac{20}{10}} = 22,36 e^{j63,4^\circ} \text{ В}.$$

3. Линейный (фазный) ток:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\dot{Z}_A} = \frac{100}{22,36 e^{j63,4^\circ}} = 4,47 e^{-j63,4^\circ} \text{ А}.$$

4. Падение напряжения на линейном проводе:

$$\Delta \dot{U}_{\text{лА}} = R_{\text{л}} \dot{I}_A = 10 \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} \text{ В}.$$

5. Напряжение на фазе A потребителя:

$$\dot{U}'_A = \dot{Z}'_A \dot{I}_A = j20 \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = 20 e^{j90^\circ} \cdot 4,47 e^{-j63,4^\circ} = 95,4 e^{j26,6^\circ} \text{ А}.$$

6. Линейное напряжение потребителя:

$$\dot{U}'_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}'_A e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{j30^\circ} = 165 e^{j56,6^\circ} \text{ В}.$$

7. Линейные (фазные) токи в двух других фазах:

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 4,47 e^{-j63,4^\circ} e^{-j120^\circ} = 4,47 e^{-j183,4^\circ} \text{ А}.$$

8. Падения напряжения на линейных проводах:

$$\Delta \dot{U}_{\text{лВ}} = \Delta \dot{U}_{\text{лА}} e^{-j120^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} e^{-j120^\circ} = 44,7 e^{-j183,4^\circ} \text{ В},$$

$$\Delta \dot{U}_{\text{лС}} = \Delta \dot{U}_{\text{лА}} e^{-j240^\circ} = 44,7 e^{-j63,4^\circ} e^{-j240^\circ} = 44,7 e^{-j303,4^\circ} \text{ В}.$$

9. Фазные напряжения на двух других фазах потребителя:

$$\dot{U}'_B = \dot{U}'_A e^{-j120^\circ} = 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{-j120^\circ} = 95,4 e^{-j93,4^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}'_A e^{-j240^\circ} = 95,4 e^{j26,6^\circ} e^{-j240^\circ} = 95,4 e^{-j213,4^\circ} \text{ В}.$$

10. Линейные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_{BC} = \dot{U}'_{AB} e^{-j120^\circ} = 165 e^{-j63,4^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}'_{CA} = \dot{U}'_{AB} e^{-j240^\circ} = 165 e^{-j303,4^\circ} \text{ В}.$$

11. При симметричной нагрузке ток нулевого провода, если он подключен, равен нулю:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

12. Комплексная мощность трехфазного генератора:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{ИСТ}} &= \dot{E}_A^* \dot{I}_A + \dot{E}_B^* \dot{I}_B + \dot{E}_C^* \dot{I}_C = 100 \cdot 4,47 e^{j63,4^\circ} + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 4,47 e^{j183,4^\circ} + 100 e^{j120^\circ} \cdot 4,47 e^{j303,4^\circ} = \\ &= 3 \cdot 447 e^{j63,4^\circ} = 1341 e^{j63,4^\circ} = 1341 \cdot (\cos 63,4^\circ + j \sin 63,4^\circ) = 600,4 + j1199,1 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором, равна:

$$P_{\text{ИСТ}} = \text{Re}[\dot{S}] = \text{Re}[600,4 + j1199,1] = 600,4 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность, вырабатываемая генератором, равна:

$$Q_{\text{ИСТ}} = \text{Im}[\dot{S}] = \text{Im}[600,4 + j1199,1] = 1199,1 \text{ ВАр}.$$

13. Активная мощность, потребляемая фазой цепи (с учетом сопротивления линейного провода):

$$P_{\phi} = P_A = P_B = P_C = I^2 R_{\text{л}} = 4,47^2 \cdot 10 = 200 \text{ Вт}.$$

Активная мощность, потребляемая трехфазной цепью:

$$P_{\text{номр}} = 3P_{\phi} = 3 \cdot 200 = 600 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности фаз цепи:

$$Q_{\phi} = Q_A = Q_B = Q_C = I^2 x_{\text{л}} = 4,47^2 \cdot 20 = 400 \text{ ВАр}.$$

Реактивная мощность трехфазного потребителя:

$$Q_{\text{номр}} = 3Q_{\phi} = 3 \cdot 400 = 1200 \text{ ВАр}.$$

14. Баланс по активным мощностям:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}},$$

$$600,4 \text{ Вт} = 600 \text{ Вт}.$$

$$\delta_p = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|600,4 - 600|}{600,4} \cdot 100\% = 0,07\%.$$

Баланс по реактивным мощностям:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}},$$

$$1199,1 \text{ ВАр} = 1200 \text{ ВАр}.$$

$$\delta_p = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{потр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|1199,1 - 1200|}{1200} \cdot 100\% = 0,08\%.$$

15. Показания ваттметров:

$$P_1 = \text{Re}[\dot{U}_{AB}^* I_A] = \text{Re}[137e^{j30^\circ} \cdot 4,47e^{j63,4^\circ}] = \text{Re}[773,3e^{j93,4^\circ}] = \\ = \text{Re}[773,3 \cos 93,4^\circ + j773,3 \sin 93,4^\circ] = \text{Re}[-45,86 + j771,9] = -45,86 \text{ Вт}$$

$$P_2 = \text{Re}[\dot{U}_{CB}^* I_C] = \text{Re}[173e^{j-90^\circ+180^\circ} \cdot 4,47e^{j303,4^\circ}] = \text{Re}[773,3e^{j33,4^\circ}] = \\ = \text{Re}[773,3 \cos 33,4^\circ + j773,3 \sin 33,4^\circ] = \text{Re}[645,59 + j425,7] = 645,59 \text{ Вт}$$

Сумма показаний двух ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 = -45,86 + 645,59 = 599,73 \text{ Вт}$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в симметричном режиме равна активной мощности всей трехфазной цепи.

16. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рисунке 3.22.

Порядок построения векторной диаграммы.

Выбираем масштаб по напряжению и масштаб по току.

По направлению вещественной оси комплексной плоскости в масштабе напряжений откладываем комплекс \dot{E}_A . Затем от него под углом 120° по часовой стрелке откладываем вектор \dot{E}_B , а под углом 240° по часовой стрелке – вектор \dot{E}_C . Получаем диаграмму фазных ЭДС (фазных напряжений) генератора. Соединив вершины полученной трехлучевой звезды векторами $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, получим векторную диаграмму линейных напряжений генератора.

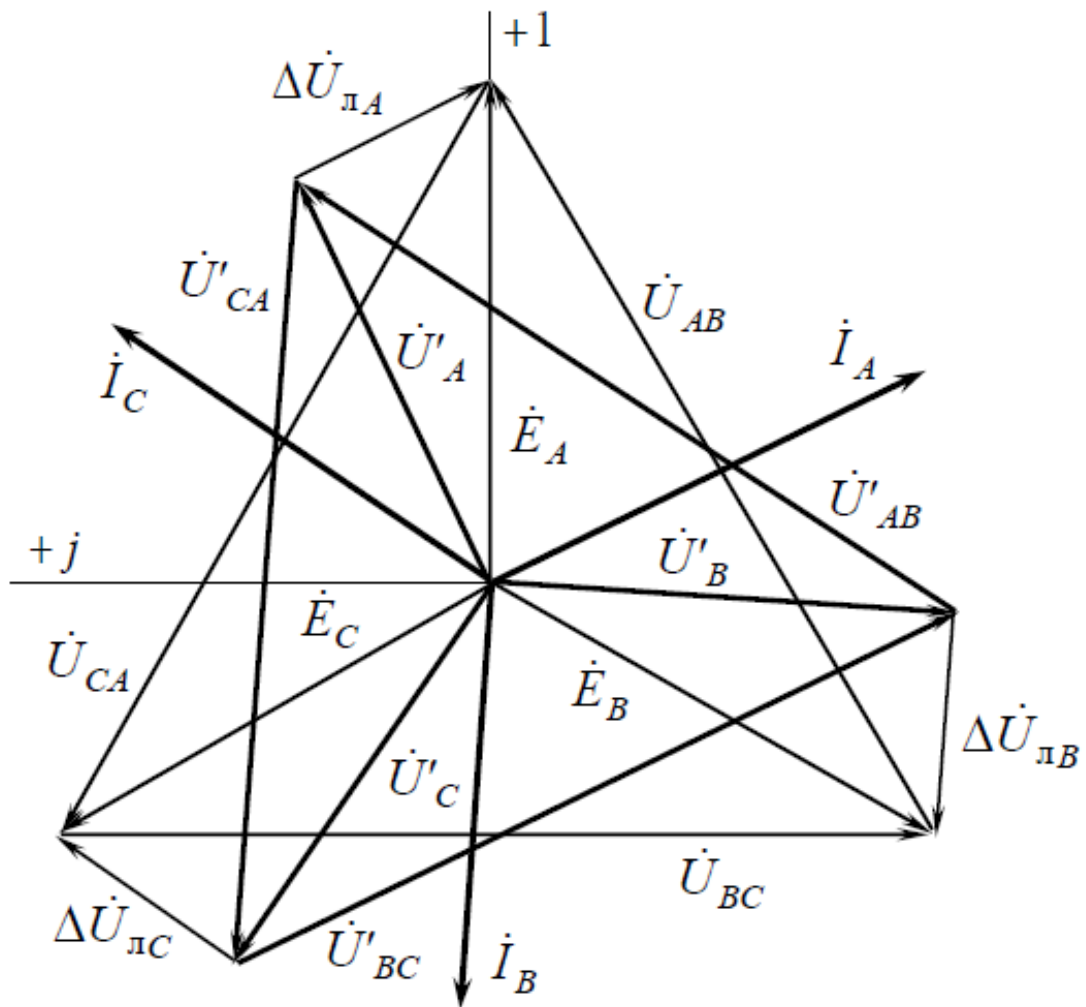


Рисунок 3.22 – Векторная диаграмма напряжений

Из начала координат под углом $26,6^\circ$ против часовой стрелки от вещественной оси откладываем комплекс фазного напряжения приемника \dot{U}'_A . Под углами 120° и 240° от него в сторону отставания (по часовой стрелке) откладываем соответственно вектора фазных напряжений \dot{U}'_B и \dot{U}'_C . Получаем диаграмму фазных напряжений приемника. Соединив концы этих векторов, получим векторную диаграмму линейных напряжений приемника \dot{U}'_{AB} , \dot{U}'_{BC} и \dot{U}'_{CA} .

Соединив конец вектора \dot{U}'_A с \dot{E}_A , конец \dot{U}'_B с \dot{E}_B , а конец \dot{U}'_C с \dot{E}_C , получим векторы падений напряжения на сопротивлениях линии электропередачи.

От вещественной оси под углом $63,4^\circ$ по часовой стрелке откладываем в масштабе токов вектор тока фазы А \dot{I}_A . Под углами 120° и 240° от \dot{I}_A в

сторону отставания откладываем соответственно токи \dot{I}_B, \dot{I}_C . Получаем векторную диаграмму токов.

При правильном построении векторной диаграммы должны соблюдаться следующие условия:

- так как сопротивления линии передачи носят чисто активный характер, векторы падения напряжения на них должны быть параллельны (совпадать по фазе) с соответствующими токами ($\Delta \dot{U}_{лА}$ с \dot{I}_A , $\Delta \dot{U}_{лВ}$ с \dot{I}_B , $\Delta \dot{U}_{лС}$ с \dot{I}_C);

- так как нагрузка в фазах чисто индуктивная, токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ должны отставать от соответствующих фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на угол 90° .

II. Расчет трехфазной цепи при несимметричной нагрузке без нулевого провода.

Дано: линейное напряжение источника $U_n = 173 \text{ В}$, сопротивление линии передачи $R_n = 10 \text{ Ом}$, сопротивление фаз потребителя $Z'_A = R_A = 20 \text{ Ом}$, $Z'_B = jx_L = j20 \text{ Ом}$, $Z'_C = -jx_C = -j30 \text{ Ом}$.

1. Комплексы действующих значений фазных ЭДС будут:

$$\dot{E}_A = E = 100 \text{ В}; \quad \dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = 100 e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j240^\circ} = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = 100 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

2. Эквивалентные комплексные сопротивления фаз:

$$\dot{Z}_A = R_n + R_A = 10 + 20 = 30 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_B = R_n + jx_L = 10 + j20 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_C = R_n - jx_C = 10 - j30 \text{ Ом}.$$

3. Комплексные проводимости фаз:

$$Y_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{30} = 0,0333 \text{ См},$$

$$\dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B} = \frac{1 \cdot (10 - j20)}{(10 + j20) \cdot (10 - j20)} = \frac{10 - j20}{100 + 400} = 0,02 - j0,04 \text{ См},$$

$$\dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C} = \frac{1 \cdot (10 + j30)}{(10 - j30) \cdot (10 + j30)} = \frac{10 + j30}{100 + 900} = 0,01 + j0,03 \text{ См}.$$

4. Напряжение нейтрали:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{00} &= \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \frac{100 \cdot 0,0333 + 100e^{-j120^\circ} (0,02 - j0,04) + 100e^{j120^\circ} (0,01 + j0,03)}{0,0333 + 0,02 - j0,04 + 0,01 + j0,03} = \\ &= \frac{3,33 + (-50 - j86,6)(0,02 - j0,04) + (-50 + j86,6)(0,01 + j0,03)}{0,0633 - j0,01} = \\ &= \frac{3,33 - 1 - j1,732 + j2 - 3,464 - 0,5 + j0,866 - j1,5 - 2,598}{0,0633 - j0,01} = \frac{-4,232 - j0,366}{0,0633 - j0,01} = \\ &= \frac{-\sqrt{4,232^2 + 0,366^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-0,366}{-4,232}}}{\sqrt{0,0633^2 + 0,01^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-0,01}{0,0633}}} = \frac{-4,248e^{j4,94^\circ}}{0,064e^{-j8,98^\circ}} = -66,375e^{j13,92^\circ} - j15,97 \text{ В.} \end{aligned}$$

5. Напряжения на эквивалентных сопротивлениях фаз:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{00} = 100 + 64,43 + j15,97 = 164,43 + j15,97,$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{00} &= 100e^{-j120^\circ} + 64,43 + j15,97 = 100 \cdot (-0,5 - j0,866) + 64,43 + j15,97 = \\ &= 14,43 + j70,63 \text{ В,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{00} &= 100e^{j120^\circ} + 64,43 + j15,97 = 100 \cdot (-0,5 + j0,866) + 64,43 + j15,97 = \\ &= 14,43 + j102,57 \text{ В.} \end{aligned}$$

6. Линейные (фазные) токи:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A Y_A = (164,43 + j15,97) \cdot 0,0333 = 5,475 + j0,532 = 5,5e^{j5,5^\circ} \text{ А.}$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 5,475 + j0,532 - 2,536 - j1,99 - 2,9327 + j1,4547 = 0.$$

7. Фазные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_A = Z'_A \dot{I}_A = 20 \cdot 5,5e^{j5,5^\circ} = 110e^{j5,5^\circ} = 109,49 + j10,54 \text{ В;}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_B = Z'_B \dot{I}_B &= j20 \cdot 3,22e^{j218,1^\circ} = 20e^{j90^\circ} \cdot 3,22e^{j218,1^\circ} = 20e^{j90^\circ} \cdot 3,22e^{j218,1^\circ} = 64,4e^{-j51,9^\circ} = \\ &= 34,74 - j50,68 \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\dot{U}'_C = Z'_C \dot{I}_C = -j30 \cdot 3,27e^{j153,6^\circ} = 30e^{-j90^\circ} \cdot 3,27e^{j153,6^\circ} = 98,1e^{j63,6^\circ} = 43,62 + j87,87 \text{ В.}$$

Действующие значения фазных напряжений потребителя:

$$\dot{U}'_A = 110 \text{ В,}$$

$$\dot{U}'_B = 64,4 \text{ В,}$$

$$\dot{U}'_C = 98,1 \text{ В.}$$

8. Линейные напряжения потребителя:

$$\dot{U}'_{AB} = \dot{U}'_A - \dot{U}'_B = 109,49 + j10,54 - 39,74 + j50,68 = 69,75 + j61,22 = 92,81e^{j41,27^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{U}'_{BC} = \dot{U}'_B - \dot{U}'_C = 39,74 - j50,68 - 43,62 - j87,87 = -3,88 - j138,55 = 138,6e^{j139,6^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{U}'_{CA} = \dot{U}'_C - \dot{U}'_A = 43,62 + j87,87 - 109,49 - j10,54 = -65,87 + j77,33 = 101,58e^{j139,6^\circ} \text{ В.}$$

Действующие значения линейных напряжений потребителя:

$$\dot{U}'_{AB} = 92,81B,$$

$$\dot{U}'_{BC} = 138,6B,$$

$$\dot{U}'_{CA} = 101,58B.$$

9. Падения напряжения в линейных проводах:

$$\Delta \dot{U}'_{\lambda A} = R_{\lambda} \dot{I}'_A = 10 \cdot 5,5e^{j5,5^\circ} = 55e^{j5,5^\circ} B;$$

$$\Delta \dot{U}'_{\lambda B} = R_{\lambda} \dot{I}'_B = 10 \cdot 3,212e^{j2112,1^\circ} = 32,2e^{j218,1^\circ} B;$$

$$\Delta \dot{U}'_{\lambda C} = R_{\lambda} \dot{I}'_C = 10 \cdot 3,27e^{j153,6^\circ} = 32,7e^{j153,6^\circ} B.$$

10. Комплексная мощность трехфазного генератора:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{E}'_A \dot{I}'_A + \dot{E}'_B \dot{I}'_B + \dot{E}'_C \dot{I}'_C = 100 \cdot 5,5e^{-j5,5^\circ} + 100e^{-j120^\circ} \cdot 3,22e^{-j218,1^\circ} + 100e^{j120^\circ} \cdot 3,27e^{-j153,6^\circ} = \\ &= 550e^{-j5,5^\circ} + 322e^{j21,9^\circ} + 327e^{-j33,6^\circ} = 547,5 - j52,7 + 298,8 + j120,1 + 272,4 - j181 = \\ &= 1118,7 - j113,6 \text{ ВА} \end{aligned}$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором, равна:

$$P_{\text{ген}} = \text{Re}[\dot{S}] = \text{Re}[1118,7 - j113,6] = 1118,7 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность, вырабатываемая генератором, равна:

$$Q_{\text{ген}} = \text{Im}[\dot{S}] = \text{Im}[1118,7 - j113,6] = -113,6 \text{ ВАр}.$$

Отрицательное значение Q означает, что реактивная мощность цепи имеет емкостный характер.

11. Активная мощность, потребляемая трехфазной цепью (с учетом сопротивлений линейных проводов):

$$P_{\text{номр}} = P_A + P_B + P_C = I_A^2 (R_{\lambda} + R_A) + I_B^2 R_{\lambda} + I_C^2 R_{\lambda} = 5,5^2 \cdot 30 + 3,22^2 \cdot 10 + 3,27^2 \cdot 10 = 1118,1 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность трехфазного потребителя:

$$Q_{\text{номр}} = Q_A + Q_B + Q_C = I_B^2 x_L - I_C^2 x_C = 3,22^2 \cdot 20 + 3,27^2 \cdot 30 = -113,4 \text{ ВАр}.$$

12. Баланс по активным мощностям:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{номр}},$$

$$1118,7 \text{ Вт} = 1118,1 \text{ Вт}.$$

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{номр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|1118,7 - 1118,1|}{1118,7} \cdot 100\% = 0,05\%.$$

Баланс по реактивным мощностям:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{номр}},$$

$$-113,6 \text{ ВАр} = -113,4 \text{ ВАр}.$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{\text{уст}} - Q_{\text{ном}}|}{Q_{\text{уст}}} \cdot 100\% = \frac{|113.6 - 113.4|}{113.6} \cdot 100\% = 0.18\%.$$

13. Показания ваттметров:

$$P_1 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB} I_A^*] = \operatorname{Re}[173e^{j30^\circ} \cdot 5.5e^{-j5.5^\circ}] = \operatorname{Re}[951.5e^{j24.5^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[951.5 \cos 24.5^\circ + j951.5 \sin 24.5^\circ] = \operatorname{Re}[865.83 + j394.58] = 865,83 \text{ Вт}.$$

$$P_2 = \operatorname{Re}[\dot{U}_{CB} I_C^*] = \operatorname{Re}[173e^{-j90^\circ+180^\circ} \cdot 3.27e^{-j153.6^\circ}] = \operatorname{Re}[565.71e^{-j63.6^\circ}] = \\ = \operatorname{Re}[565.71 \cos(-63.6^\circ) + j565.71 \sin(-63.6^\circ)] = \\ = \operatorname{Re}[251.53 - j506.71] = 251.53 \text{ Вт}.$$

Сумма показаний ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 = 865,83 + 251,53 = 1117,36 \text{ Вт}.$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в несимметричном режиме без нулевого провода равна активной мощности всей трехфазной цепи.

14. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рисунке 3.23.

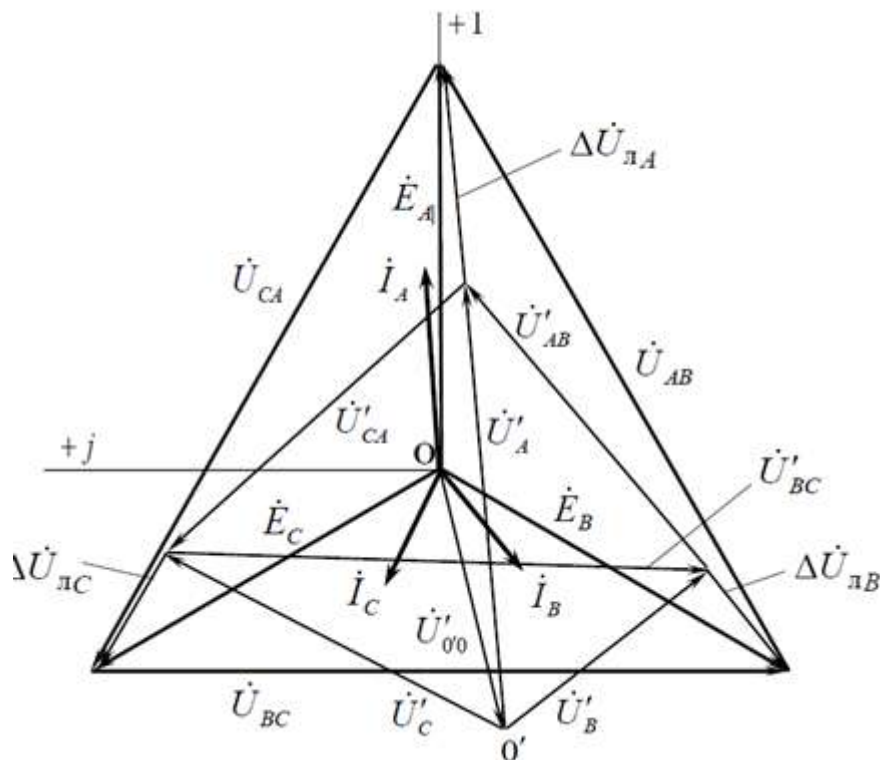


Рисунок 3.23 – Векторная диаграмма

Порядок построения векторной диаграммы.

Выбираем масштаб по напряжению и масштаб по току.

По направлению вещественной оси комплексной плоскости в масштабе напряжений откладываем вектор \dot{E}_A . В сторону отставания (по часовой стрелке) под углами 120° и 240° откладываем соответственно \dot{E}_B и \dot{E}_C .

Соединив концы этих векторов, получим треугольник линейных напряжений генератора \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} .

Из начала координат по известному углу и модулю откладываем напряжение смещения нейтрали. Если конец этого вектора (нулевая точка потребителя $0'$) соединить с вершинами треугольника линейных напряжений генератора, получим диаграмму фазных напряжений эквивалентной нагрузки \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C , и (на рисунке 3.23 не показаны).

Из точки $0'$ откладываем вектор напряжения на фазе A приемника \dot{U}'_A , а от его конца - вектор падения напряжения на сопротивлении линейного провода $\Delta\dot{U}'_{LA}$. Конец этого вектора должен совпасть с концом вектора \dot{E}_A . Таким образом графически выполняем второй закон Кирхгофа для фазы A трехфазной цепи :

$$\dot{U}'_{0'0} + \dot{U}'_A + \Delta\dot{U}'_{LA} = \dot{E}_A.$$

Аналогично поступаем и с двумя другими фазами – графически выполняем второй закон Кирхгофа:

-для фазы В

$$\dot{U}'_{0'0} + \dot{U}'_B + \Delta\dot{U}'_{LB} = \dot{E}_B.$$

-для фазы С

$$\dot{U}'_{0'0} + \dot{U}'_C + \Delta\dot{U}'_{LC} = \dot{E}_C.$$

Соединив концы фазных напряжений \dot{U}'_A , \dot{U}'_B , \dot{U}'_C , получим треугольник линейных напряжений приемника \dot{U}'_{AB} , \dot{U}'_{BC} , \dot{U}'_{CA} .

Векторная диаграмма токов строится по найденным в расчете величинам токов \dot{I}_A , \dot{I}_B , \dot{I}_C . Их сумма в трехфазной цепи без нулевого провода должна быть

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

При правильном построении векторной диаграммы должны соблюдаться следующие условия:

- в фазе A сопротивления линейного провода и нагрузки чисто активные, следовательно, ток \dot{I}_A должен совпадать по фазе с векторами \dot{U}'_A и $\Delta\dot{U}'_{LA}$

- в фазе B сопротивление линейного провода чисто активное, а нагрузка чисто индуктивная, следовательно, вектор $\Delta \dot{U}_{\text{ЛВ}}$ должен совпадать по фазе с током \dot{I}_B , а вектор \dot{U}'_B должен опережать вектор \dot{I}_B на угол 90° ;

- в фазе C сопротивление линейного провода чисто активное, а нагрузка чисто емкостная, следовательно, вектор $\Delta \dot{U}_{\text{ЛС}}$ должен совпадать по фазе с током \dot{I}_C , а вектор \dot{U}'_C должен отставать от вектора \dot{I}_C на угол 90° .

III. Расчет трехфазной цепи при несимметричной нагрузке с нулевым проводом.

Дано: линейное напряжение источника $U_{\text{Л}} = 173 \text{ В}$, сопротивление линии передачи $R_{\text{Л}} = 10 \text{ Ом}$, сопротивления фаз потребителя $Z'_A = R_A = 20 \text{ Ом}$, $Z'_B = jx_L = j20 \text{ Ом}$, $Z'_C = -jx_C = -j30 \text{ Ом}$.

Так как сопротивление нулевого провода равно нулю ($Z_0 = 0$), нулевые точки источника 0 и потребителя $0'$ имеют одинаковый потенциал и напряжение смещения нейтрали также равно нулю ($\dot{U}_{00'} = 0$).

Точки с одинаковыми потенциалами можно объединить в одну без изменения токов в ветвях схемы. В результате схема будет представлять собой три обособленных контура (фазы). В этом случае расчет цепи ведется для каждой фазы отдельно.

Решение

1. Эквивалентные сопротивления фаз равны:

$$\dot{Z}_A = R_{\text{Л}} + R_A = 10 + 20 = 30 \text{ Ом},$$

$$\dot{Z}_B = R_{\text{Л}} + jx_L = 10 + j20 = 22.36e^{j63.4^\circ} \text{ Ом},$$

$$\dot{Z}_C = R_{\text{Л}} - jx_C = 10 - j30 = 31.62e^{-j63.4^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Линейные (фазные) токи:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\dot{Z}_A} = \frac{100}{30} = 3.33 \text{ А},$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\dot{Z}_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{22.36e^{j63.4^\circ}} = 4.47e^{-j183.4^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\dot{Z}_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{31.62e^{-j63.4^\circ}} = 3.16e^{j191.6^\circ} \text{ А}.$$

3. Ток в нулевом проводе

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3.33 + 4.47e^{-j183.4^\circ} + 3.16e^{j191.6^\circ} = \\ &= 3.33 + 4.47 \cos(-183.4^\circ) + j4.47 \sin(-183.4^\circ) + 3.16 \cos 191.6^\circ + \\ &+ j3.16 \sin 191.6^\circ = 3.33 - 4.46 + j0.27 - 3.1 - j0.64 = -4.23 - j0.37 = 4.25e^{j185^\circ} \end{aligned}$$

Показания амперметров (действующие значения токов):

$$I_A = 3.33 \text{ A},$$

$$I_B = 4.47 \text{ A},$$

$$I_C = 3.16 \text{ A},$$

$$I_0 = 4.25 \text{ A}.$$

4. Падения напряжения в линейных проводах:

$$\Delta \dot{U}_{\text{ЛA}} = R_{\text{Л}} \dot{I}_A = 10 \cdot 3.33 = 33.3 \text{ В},$$

$$\Delta \dot{U}_{\text{ЛB}} = R_{\text{Л}} \dot{I}_B = 10 \cdot 4.47 e^{-j183.4^\circ} = 44.7 e^{-j183.4^\circ} \text{ В},$$

$$\Delta \dot{U}_{\text{ЛC}} = R_{\text{Л}} \dot{I}_C = 10 \cdot 3.16 e^{j191.6^\circ} = 31.6 e^{j191.6^\circ} \text{ В}$$

5. Показания ваттметров:

$$P_1 = \text{Re}[\dot{U}_{\text{AB}}^* \dot{I}_A] = \text{Re}[173 e^{j30^\circ} \cdot 3.33] = \text{Re}[576.1 e^{j30^\circ}] =$$

$$= \text{Re}[576.1 \cos 30^\circ + j 576.1 \sin 30^\circ] = \text{Re}[498.9 + j 288] = 498.9 \text{ Вт};$$

$$P_2 = \text{Re}[\dot{U}_{\text{CB}}^* \dot{I}_C] = \text{Re}[173 e^{-j90^\circ + 180^\circ} \cdot 3.16 e^{-j191.6^\circ}] = \text{Re}[546.7 e^{-j101.6^\circ}] =$$

$$= \text{Re}[546.7 \cos(-101.6^\circ) + j 546.7 \sin(-101.6^\circ)] = \text{Re}[-109.9 - j 535.5] = -109.9 \text{ Вт}.$$

Сумма показаний ваттметров равна

$$P = P_1 + P_2 = 498.9 - 109.9 = 389 \text{ Вт}.$$

Таким образом, сумма показаний двух ваттметров в несимметричном режиме с нулевым проводом не равна активной мощности всей трехфазной цепи (метод двух ваттметров не применим).

6 Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рисунке 3.24.

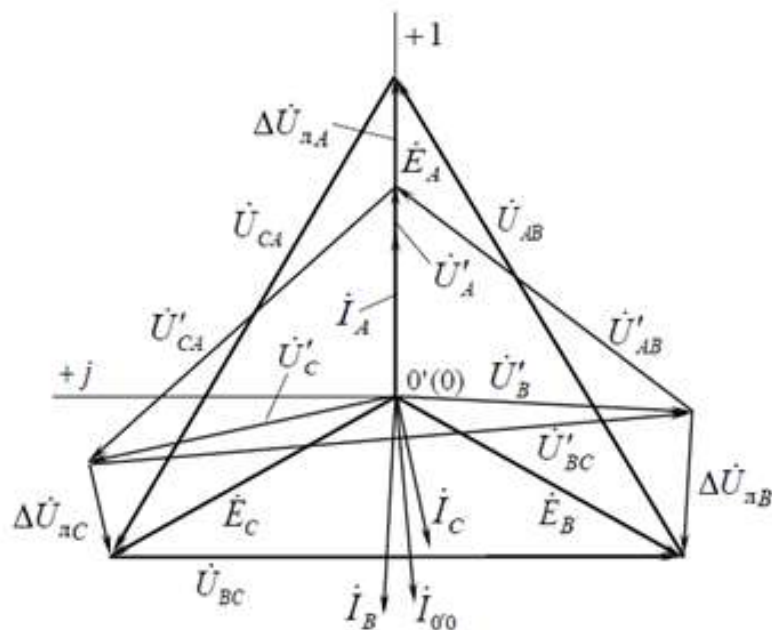


Рисунок 3.24 – Векторная диаграмма

Векторная диаграмма строиться по тем же правилам, что и в предыдущем случае.

В приложении В представлена задача для расчёта цепи трехфазного переменного тока, которая может быть использована в качестве задачи для контрольной (домашней) работы студентов очного или заочного отделения.

3.4 Контрольные вопросы

3.4.1. Объясните устройство и принцип действия трехфазного генератора.

3.4.2. Что такое симметричная система ЭДС (напряжений, токов)?

3.4.3. Какая трехфазная система называется несвязанной?

3.4.4. Преимущество и недостатки трехфазной несвязанной системы.

3.4.5. Какое соединение называется «звезда»?

3.4.6. Какое напряжение называется фазным?

3.4.7. Какое напряжение называется линейным?

3.4.8. Какой ток называется фазным током?

3.4.9. Какой ток называется линейным током?

3.4.10. Как подсчитать ток нулевого провода?

3.4.11. Какую роль играет нулевой (нейтральный) провод?

3.4.12. В каких случаях находят применение трехпроводная и четырехпроводная системы при соединении приемника звездой?

3.4.13. Как связаны линейные и фазные напряжения при соединении звездой?

3.4.14. Как связаны линейные и фазные токи при соединении звездой?

3.4.15. Какое соединение называется «треугольник»?

3.4.16. Как связаны линейные и фазные напряжения при соединении треугольником?

3.4.17. Как связаны линейные и фазные токи при соединении треугольником?

3.4.18. Почему фазы генератора обычно соединяют звездой, а не треугольником?

3.4.19. Какая нагрузка трехфазной цепи называется симметричной?

3.4.20. Что понимают под активной, реактивной и полной мощностями в трехфазных электрических цепях?

3.4.21. Как измеряется активная мощность трехфазной цепи? В каком случае применима схема с двумя ваттметрами?

- 3.4.22. Порядок расчета трехфазной цепи при симметричном режиме?
- 3.4.23. Порядок расчета трехфазной цепи при несимметричном режиме?
- 3.4.24. Для чего необходимо знать порядок следования фаз трехфазной системы?
- 3.4.25. Как подсчитать скорость вращения магнитного поля?
- 3.4.26. Как зависит скорость вращения магнитного поля от числа пар полюсов ?

Приложение А

Задача №А.1. Расчет цепи постоянного тока

По данным своего варианта (таблица А.1) выбрать расчетную схему (рисунок А.1) и исходные данные для расчета (таблица А.2). Определить количество узлов и ветвей в схеме, обозначить узлы (а, б, с ...) и условно положительные направления токов в ветвях схемы и напряжений на ее участках. Определить:

- токи во всех ветвях схемы, расчет произвести методом контурных токов, выполнить проверку правильности расчета методом баланса мощностей;
- токи во всех ветвях схемы (I1-I5), исключив ветвь с сопротивлением R6. Расчет произвести методом наложения.

Таблица А.1 – Указания схемы и исходных данных к задаче А.1.

Вариант	Схема к задаче А.1	Исходные данные к задаче А.1
1	2	3
1	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №1
2	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №2
3	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №3
4	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №4
5	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №5
6	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №6
7	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №1
8	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №2
9	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №3
10	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №4
11	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №5
12	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №6
13	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №1
14	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №2
15	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №3
16	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №4
17	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №5
18	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №6
19	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №1

Продолжение таблицы А.1

1	2	3
20	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №2
21	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №3
22	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №4
23	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №5
24	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №6
25	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №1
26	Рисунок А.1, а	Таблица А.2, №2
27	Рисунок А.1, б	Таблица А.2, №3
28	Рисунок А.1, в	Таблица А.2, №4
28	Рисунок А.1, г	Таблица А.2, №5
30	Рисунок А.1, д	Таблица А.2, №6

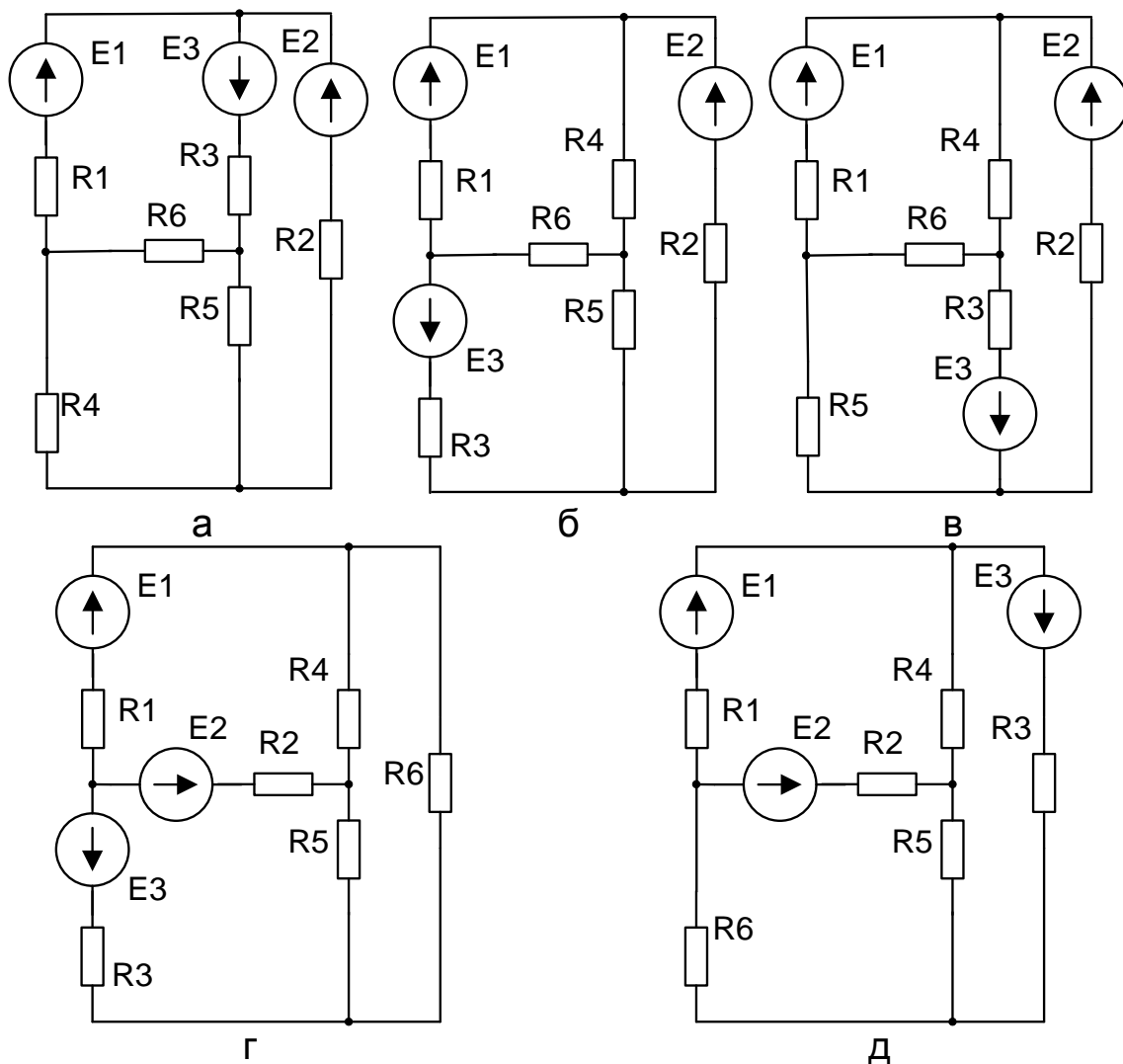


Рисунок А.1 – Варианты схем для расчета к задаче № А.1

Таблица А.1 – Значения исходных данных к задаче А.1.

№	E1, В	E2, В	E3, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	R6, Ом
1	110	100	150	50	40	80	40	40	100
2	50	120	80	60	100	40	50	20	50
3	60	110	50	100	15	30	40	20	40
4	120	100	100	15	30	40	20	50	30
5	110	60	50	50	40	30	50	100	80
6	70	120	80	60	100	60	100	40	60

Приложение Б

Задача №Б.1. Расчет цепи однофазного переменного тока

По данным своего варианта (таблица Б.1) выбрать расчетную схему (рисунок Б.1) и исходные данные для расчета (таблица Б.2). По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений и напряжению источника определить токи во всех ветвях схемы и падения напряжения на ее участках. Определить комплекс полной мощности, активную и реактивную мощность. Расчет произвести комплексным методом. Выполнить проверку правильности расчета с использованием баланса активных мощностей схемы. Построить векторную диаграмму. Построить мгновенные значения синусоидальных токов ветвей.

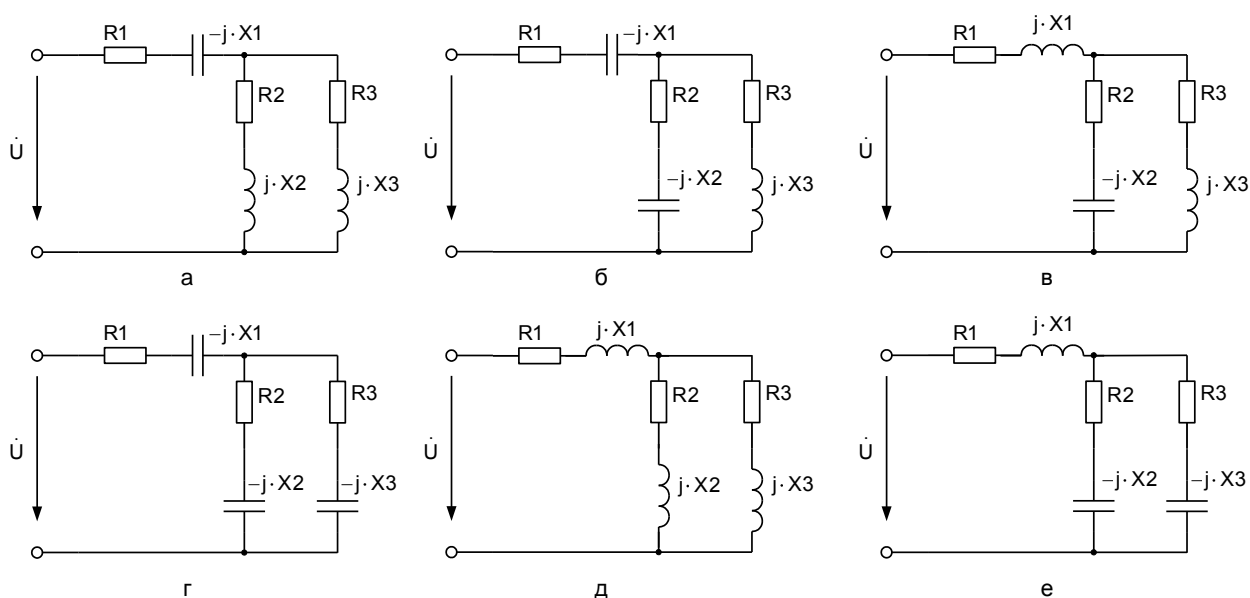


Рисунок Б.1 – Варианты схем к задаче Б.1

Таблица Б.1 – Указания схемы и исходных данных к задаче Б.1.

Вариант	Схема к задаче Б.1	Исходные данные к задаче Б.1
1	2	3
1	Рисунок Б.1, а	Таблица Б.2, №1
2	Рисунок Б.1, б	Таблица Б.2, №2
3	Рисунок Б.1, в	Таблица Б.2, №3
4	Рисунок Б.1, г	Таблица Б.2, №4
5	Рисунок Б.1, д	Таблица Б.2, №5
6	Рисунок Б.1, е	Таблица Б.2, №1

Продолжение таблицы Б.1

1	2	3
7	Рисунок Б.1, а	Таблица Б.2, №2
8	Рисунок Б.1, б	Таблица Б.2, №3
9	Рисунок Б.1, в	Таблица Б.2, №4
10	Рисунок Б.1, г	Таблица Б.2, №5
11	Рисунок Б.1, д	Таблица Б.2, №1
12	Рисунок Б.1, е	Таблица Б.2, №2
13	Рисунок Б.1, а	Таблица Б.2, №3
14	Рисунок Б.1, б	Таблица Б.2, №4
15	Рисунок Б.1, в	Таблица Б.2, №5
16	Рисунок Б.1, г	Таблица Б.2, №1
17	Рисунок Б.1, д	Таблица Б.2, №2
18	Рисунок Б.1, е	Таблица Б.2, №3
19	Рисунок Б.1, а	Таблица Б.2, №4
20	Рисунок Б.1, б	Таблица Б.2, №5
21	Рисунок Б.1, в	Таблица Б.2, №1
22	Рисунок Б.1, г	Таблица Б.2, №2
23	Рисунок Б.1, д	Таблица Б.2, №3
24	Рисунок Б.1, е	Таблица Б.2, №4
25	Рисунок Б.1, а	Таблица Б.2, №5
26	Рисунок Б.1, б	Таблица Б.2, №1
27	Рисунок Б.1, в	Таблица Б.2, №2
28	Рисунок Б.1, г	Таблица Б.2, №3
29	Рисунок Б.1, д	Таблица Б.2, №4
30	Рисунок Б.1, е	Таблица Б.2, №5

Таблица Б.2 – Значения исходных данных к задаче Б.1.

№	U, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	X1, Ом	X2, Ом	X3, Ом
1	90	10	100	10	10	10	10
2	100	10	20	15	20	30	30
3	120	20	40	10	30	20	20
4	140	15	25	40	10	20	30
5	150	30	15	20	40	10	20

Приложение В

Задача В.1. Расчет цепи однофазного переменного тока

По данным своего варианта (таблица В.1) выбрать схему (рисунок В.1) и исходные данные для расчета (таблица В.2).

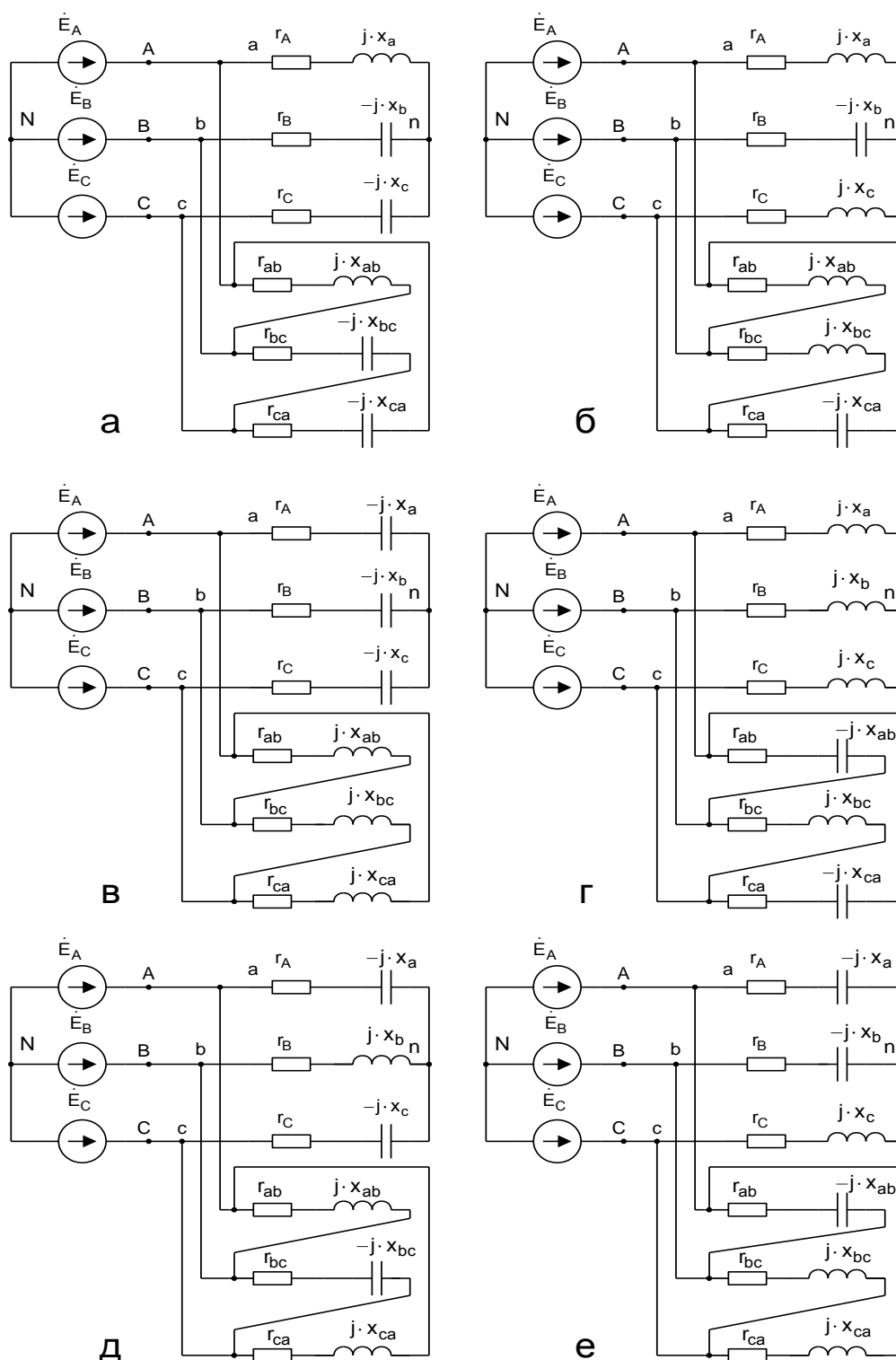


Рисунок В.1 – Варианты схем к задаче №3

Таблица В.1 – Исходные данные к задаче В.1

Вариант	Схема к задаче В.1	Исходные данные к задаче В.1
1	2	3
1	Рисунок В.1, а	Таблица В.2, №1
2	Рисунок В.1, б	Таблица В.2, №2
3	Рисунок В.1, в	Таблица В.2, №3
4	Рисунок В.1, г	Таблица В.2, №4
5	Рисунок В.1, д	Таблица В.2, №5
6	Рисунок В.1, е	Таблица В.2, №1
7	Рисунок В.1, а	Таблица В.2, №2
8	Рисунок В.1, б	Таблица В.2, №3
9	Рисунок В.1, в	Таблица В.2, №4
10	Рисунок В.1, г	Таблица В.2, №5
11	Рисунок В.1, д	Таблица В.2, №1
12	Рисунок В.1, е	Таблица В.2, №2
13	Рисунок В.1, а	Таблица В.2, №3
14	Рисунок В.1, б	Таблица В.2, №4
15	Рисунок В.1, в	Таблица В.2, №5
16	Рисунок В.1, г	Таблица В.2, №1
17	Рисунок В.1, д	Таблица В.2, №2
18	Рисунок В.1, е	Таблица В.2, №3
19	Рисунок В.1, а	Таблица В.2, №4
20	Рисунок В.1, б	Таблица В.2, №5
21	Рисунок В.1, в	Таблица В.2, №1
22	Рисунок В.1, г	Таблица В.2, №2

Продолжение таблицы В.1

1	2	3
23	Рисунок В.1, д	Таблица В.2, №3
24	Рисунок В.1, е	Таблица В.2, №4
25	Рисунок В.1, а	Таблица В.2, №5
26	Рисунок В.1, б	Таблица В.2, №1
27	Рисунок В.1, в	Таблица В.2, №2
28	Рисунок В.1, г	Таблица В.2, №3
29	Рисунок В.1, д	Таблица В.2, №4
30	Рисунок В.1, е	Таблица В.2, №5

Таблица В.2 – Значения исходных данных к задаче В.1.

№	1	2	3	4	5
r_a , Ом	50	100	150	200	300
r_b , Ом	60	50	100	100	150
r_c , Ом	200	30	100	50	100
X_a , Ом	100	70	30	50	150
X_b , Ом	50	100	150	200	300
X_c , Ом	100	50	80	30	100
r_{ab} , Ом	100	70	30	50	150
r_{bc} , Ом	50	100	150	200	300
r_{ca} , Ом	100	50	80	30	100
X_{ab} , Ом	200	300	250	400	500
X_{bc} , Ом	150	200	300	200	400
X_{ca} , Ом	300	100	200	300	100

В трёхфазной цепи к идеальному трехфазному источнику присоединены две нагрузки (рисунок В.1). Одна из них соединена звездой, другая – треугольником. Обе нагрузки несимметричные. ЭДС трехфазного идеального источника равны: $\dot{E}_A = 220 \text{ В}$, $\dot{E}_B = 220 \cdot e^{-j120^\circ}$, $\dot{E}_C = 220 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$.

По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений фаз нагрузки определить:

– для нагрузки, соединенной звездой - фазные токи и напряжения на нагрузке и напряжение смещения нейтрали, активную, реактивную, полную мощность;

– для треугольника – фазные и линейные токи, фазные напряжения, активную, реактивную, полную мощность.

Расчет произвести комплексным методом. Построить векторные диаграммы токов и напряжений для звезды и треугольника.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кузнецов М.И. Основы электротехники: Учебное пособие. Изд.10-е, перераб. М.: Высш. шк., 1970. – 367 с.
2. Касаткин В.С., Немцов М.В. Электротехника. М.: Высш. шк., 2000. – 542с.
3. Борисов Ю.М. Электротехника: Учебник / Ю.М. Борисов. - СПб.: ВНУ, 2014. - 592 с.
4. Рыбков И.С. Электротехника: Учебное пособие / И.С. Рыбков. - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 160 с.
5. Кузовкин В.А. Электротехника и электроника: Учебник для бакалавров / В.А. Кузовкин, В.В. Филатов. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 431 с.
6. Данилов И.А. Общая электротехника: Учебное пособие для бакалавров / И.А. Данилов. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 673 с.

ЛИЦИН КОНСТАНТИН ВЛАДИМИРОВИЧ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Учебное пособие

для студентов направления подготовки

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника,

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,

15.03.02 Технологические машины и оборудование,

18.03.01 Химическая технология,

22.03.02 Metallургия

всех форм обучения

Подписано в печать 18.03.2020 г.		
Формат 60x90 $\frac{1}{16}$ Рег. № 142	Печать цифровая Тираж 30 экз.	Уч.-изд.л. 7,5

ФГАОУ ВО

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Новотроицкий филиал

462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.

E-mail: nfmisis@yandex.ru

Контактный тел. 8 (3537) 679729.